

Sterowanie predykcyjne

Sterowanie predykcyjne – sterowanie z przewidywaniem przebiegu reakcji obiektu

Układy z predykcją

- predyktor Smitha
- predykcyjny regulator PI

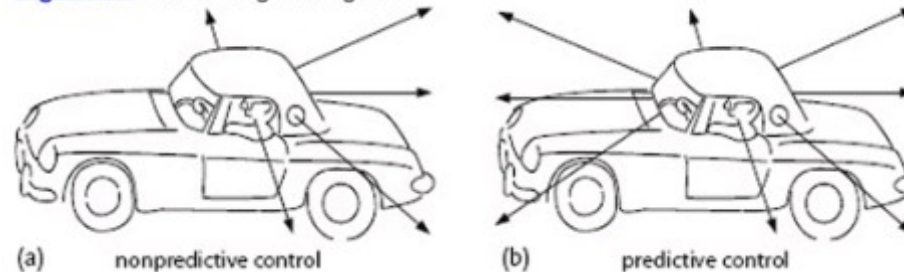
Tradycyjne regulatory (PID, LQR) dostosowują swoje działanie w odpowiedzi na zmiany wielkości wyjściowych układu

Sterowanie predykcyjne (MPC – Model Predictive Control)

- DMC (Dynamic Matrix Control)
- QDMC (Quadratic Dynamic Matrix Control)
- GPC (Generalized Predictive Control)

Regulatory predykcyjne dostosowują swoje działanie z wyprzedzeniem, zanim nastąpią zmiany wielkości wyjściowych układu

Figure 1.1 Car driving strategies.



Zastosowanie:

- duża liczba wielkości regulowanych i sterujących
- ograniczenia nałożone na wielkości regulowane i/lub sterujące
- zmiany celu sterowania i/lub uszkodzenia elementów pomiarowych i/lub wykonawczych
- duże opóźnienia transportowe
- obiekty niestabilne i nieminimalnofazowe (bieguny i/lub zera w prawej półpłaszczyźnie)

MPC – wiele zmiennych, nieliniowe, losowe, optymalizacja nadrzędna

Sterowanie predykcyjne

Model-based Predictive Control

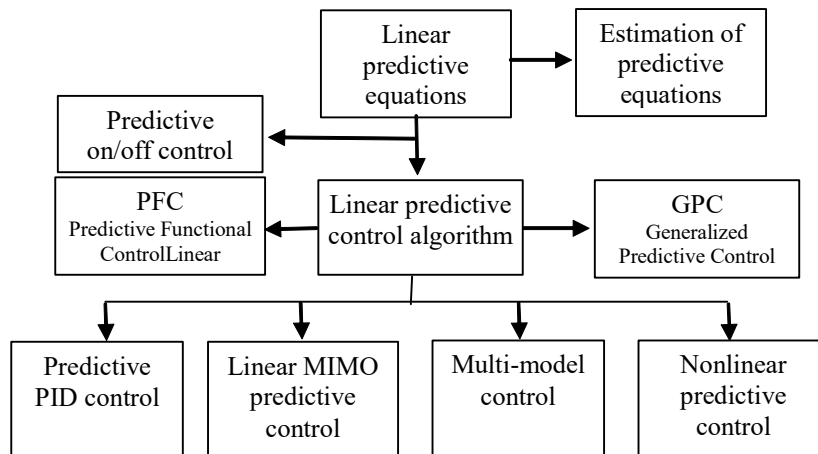


Figure 1.3 Block scheme of a nonpredictive controller.

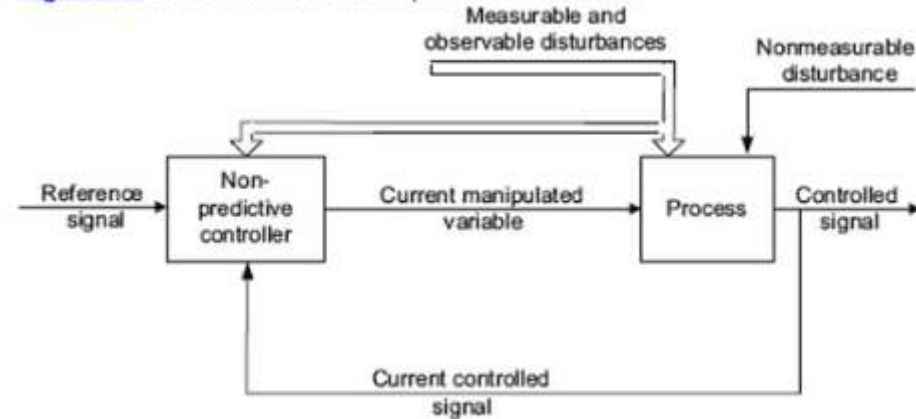
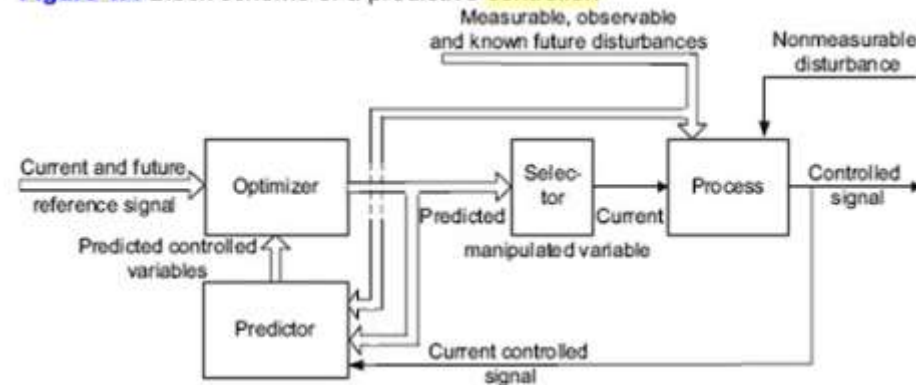


Figure 1.4 Block scheme of a predictive controller.

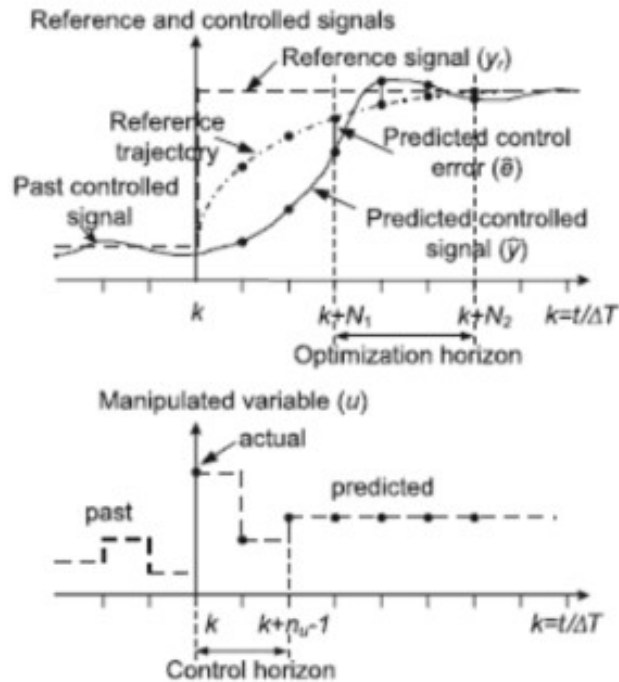


Lit.:Haber R.,Bars R.,Schmit U., **Predictive Control in Process Engineering: From the Basics to the Applications**

(fragmenty: https://books.google.pl/books?id=xQcrAwAAQBAJ&pg=SA6-PA25&lpg=SA6-PA25&dq=predicted+PI+controller&source=bl&ots=qIAtqWuff1&sig=0t2Umc0OinCmTUuvqAvXlgrI92k&hl=pl&sa=X&ved=0ahUKEwj4nMnYwejXAhWBWBQKHZo_C1AQ6AEIYDAH#v=onepage&q=predicted%20PI%20controller&f=false)

Idea MPC

Predykcyjny regulator PID



Reference signal y_r – wartość zadana (y')

Reference trajektory – zadana (planowana) trajektoria

Predicted controlled signal \hat{y} – przewidywane wyjście obiektu

Predicted control error \hat{e} – przewidywany błąd

Manipulated variable u – zmienna sterująca

Optimization horizon – horyzont optymalizacji

Control horizon – horyzont sterowania

t, k – ciągły i dyskretny czas

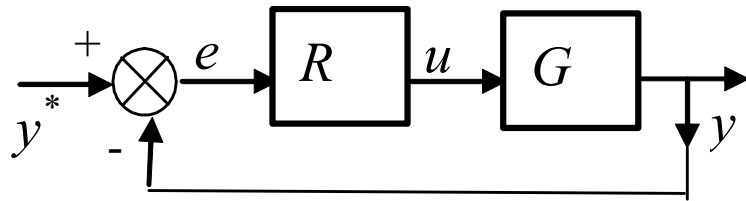
ΔT – okres próbkowania, d – fizyczny czas opóźnienia

Działanie:

- zminimalizuje błąd po kilku krokach od bieżącej chwili (w okresie $k+N_1$ do $k+N_2$)
- karze przyrosty sterowania przez n_u-1 kroków od bieżącej chwili
- uwzględnia ograniczenia zmiennej procesowej, sterującej i innych

$$J(k) = \sum_{i=N_1}^{N_2} q_i (y_r(k+i) - \hat{y}(k+i|k))^2 + \sum_{i=1}^{N_u} r_i (\Delta u(k+i-1))^2$$

Układy z predykcją - predykcyjny regulator PI (pPI)



Obiekt $G = \frac{y}{u} = \frac{k}{1+sT} e^{-sT_0}$

Zakładana G układu $G_z = \frac{y}{y^*} = \frac{k}{1+saT} e^{-sT_0}$

gdzie a – nastawiany parametr
(gdy $a < 1$, to ukł.regulacji szybszy od obiektu)

$$\frac{Y}{Y^*} = G_z = \frac{RG}{1+RG}$$

$$R = \frac{u}{e} = \frac{1}{G} \frac{G_z}{1-G_z}$$

$$R = \frac{1}{k} \frac{1+sT}{1+saT - e^{-sT_0}}$$

$$u = \frac{1}{k} \frac{1+sT}{1+saT - e^{-sT_0}} e$$

$$u = \frac{1}{ak} \left(1 + \frac{1}{sT} \right) \left(e - \frac{k}{1+sT} (1 - e^{-sT_0}) u \right)$$

PI

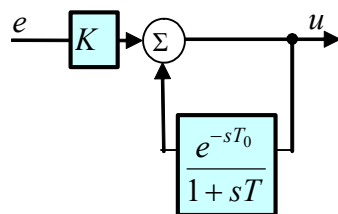
$$\frac{k}{1+sT} u - \frac{k}{1+sT} e^{-sT_0} u$$

$$y = Gu$$

predykcja wyjścia w chwili t
na podstawie sterownia w w czasie $(t-T, t)$

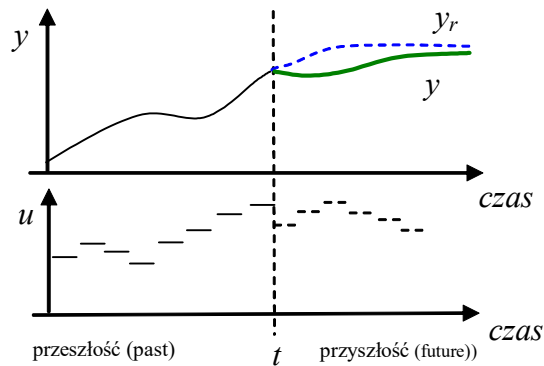
Dla $a=1, T_i=T$

$$u = Ke + \frac{e^{-sT_0}}{1+sT} u$$



Sterowanie predykcyjne MPC

(sterowanie z przesuwającym horyzontem - receding horizon control (RHC))



1) Model obiektu (na podstawie przeszłości)

$$y(t) + a_1 y(t-h) + \dots + a_n y(t-nh) = b_1 u(t-h) + b_2 u(t-2h) + \dots + b_n u(t-nh)$$

2) Sytuacja w chwili t

- opis przeszłości $Y_p = (y(t), y(t-h), \dots, u(t-h) + b_2 u(t-2h), \dots)$

- przewidywana przyszłość – obliczenie wyjścia obiektu na podstawie:

- modelu
- aktualnego i przyszłego sterowania $U_f = (u(t), u(t+h), \dots, u(t+Nh))$

3) Wyznaczenie przyszłego sterowania U_f , tak aby uzyskać zadany przebieg y_r

- minimalizacja funkcji kary (na horyzoncie predykcji N)

$$J(u(t), u(t+h), \dots, u(t+Nh)) = \sum_{k=1}^N e(t+kh)^2 + \rho (\Delta u(t+(k-1)h))^2$$

gdzie:

$e(t) = y(t) - y_r(t)$ - kara za odchylenie od zadanej trajektorii y_r

$\Delta u(t) = u(t) - u(t-h)$ – przyrosty sterowania

4) Aplikacja sterowania $u(t)$ – początkowy fragment U_f w przedziale czasu $[t, t+h]$

$$u(t) = F(y(t), y(t-h), \dots, u(t-h) + b_2 u(t-2h), \dots)$$

- sterowanie zależy od wejść i wyjść z przeszłości
- funkcja F zależy od rozwiązania zadania optymalizacyjnego

Sterowanie predykcyjne MPC

(sterowanie z przesuwającym horyzontem - receding horizon control (RHC))

1) Model obiektu 1rzędu

$$\Delta y(t+h) = -a\Delta y(t) + b\Delta u(t)$$

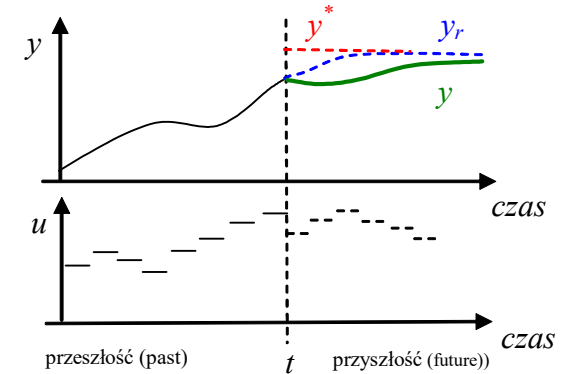
$$\Delta y(t) = y(t) - y(t-h)$$

$$\Delta u(t) = u(t) - u(t-h)$$

2) Zadany przebieg $y_r(t)$ dochodzenia do y^*

- staruje w punkcie $y(t)$
- osiąga wartość zadaną (y^*) w sposób eksponencjalny ze stałą czasową T

$$y_r(t+h) = y(t) + \left(1 - e^{-h/T}\right) \left(y^* - y(t)\right)$$



3) Przewidywanie wyjście w następnym kroku $y(t+h)$

- wartość w następnym kroku
 - zastosowanie modelu
 - zrównanie $y(t+h)=y_r(t+h)$
- i nie ma kar za przyrost sterowania

$$y(t+h) = y(t) + \Delta y(t+h)$$

$$y(t+h) = y(t) - a\Delta y(t) + b\Delta u(t)$$

$$y(t) - a\Delta y(t) + b\Delta u(t) = y(t) + \left(1 - e^{-h/T}\right) \left(y^* - y(t)\right)$$

$$b\Delta u(t) = \left(1 - e^{-h/T}\right) \left(y^* - y(t)\right) + a\Delta y(t)$$

$$\Delta u(t) = \frac{a}{b} \Delta y(t) + \frac{1 - e^{-h/T}}{b} \left(y^* - y(t)\right)$$

regulator PI:
$$\Delta u(t) = k\Delta y(t) + k_i \left(y^* - y(t)\right)$$

$$k = \frac{a}{b} \quad k_i = \frac{1 - e^{-h/T}}{b}$$

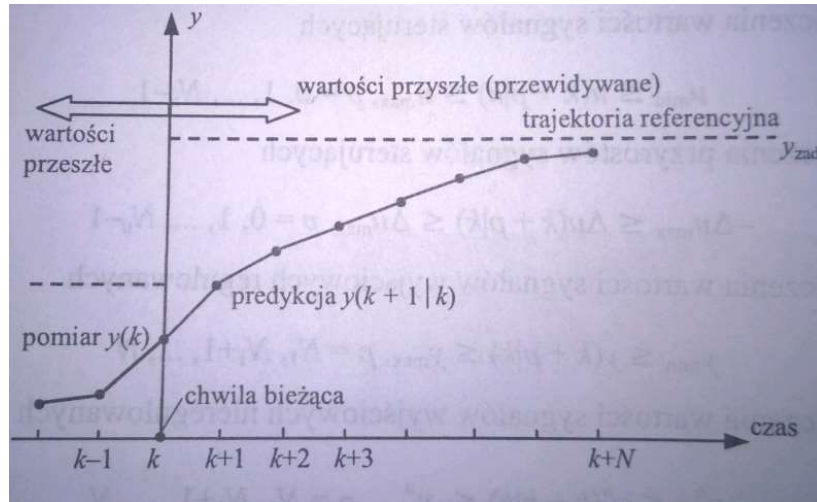
4) Wyznaczenie sterowania u

- przyrost sterowania

Sterowanie predykcyjne MPC

(sterowanie z przesuwającym horyzontem - receding horizon control (RHC))

Idea: regulator dostosowuje swoje działanie z wyprzedzeniem, zanim nastąpią zmiany wielkości wyjściowych układu



Etapy:

- pomiar
- predykcja wartości na podstawie modelu (lin/nielin)
- cykliczne rozwiązywanie zadania sterowania optymalnego

W każdej kolejnej chwili:

- 1) pomiar sygnałów wyjściowych (wartości regulowanych) w bieżącej chwili k : wektor $y(k)$
- 2) predykcja (przewidywanie)
 - obliczenie przyszłych wyjść obiektu (wartości regulowanych): $y(k+p|k)$
 - przyszłe wartości w chwili $k+p$ są wyznaczane na podstawie **modelu** i wartości w chwili k
 - **horyzont predykcyjny** N ($p=1, 2, \dots, N$)
 - wartości zadane wyjść (trajektoria referencyjna): $y_{zad}(k+p|k)$
 - trajektoria referencyjna może być zmieniana na horyzoncie predykcyjnym (na rysunku był skok y_{zad})
 - obliczenie różnic wartości zadanych i predykcyjnych: $y_{zad}(k+p|k) - y(k+p|k)$
- 3) obliczenie wartości sterujących w chwili bieżącej i następnych
 - zakłada się, że po upływie **horyzontu sterowania** N_u (zwykle $N_u < N$) przyrost sygnału sterującego = 0 (własności całkujące)
 - **rozwiązanie problemu optymalizacyjnego** – wyznaczenie sterowania optymalnego
 - minimalizacja **funkcji celu** $J(k)$ - kryterium jakości regulacji na horyzoncie predykcyjnym
 - liczone od chwili $k+N_1$ do końca horyzontu predykcyjnego N
- 4) przesunięcie horyzontu czasowego (i krok 1)

Sterowanie predykcyjne MPC

(sterowanie z przesuwającym horyzontem - receding horizon control (RHC))

Funkcja celu $J(k)$

$$J(k) = \sum_{p=N_1}^N (\mathbf{y}_{zad}(k+p|k) - \mathbf{y}(k+p|k))^T \mathbf{Q}(p) (\mathbf{y}_{zad}(k+p|k) - \mathbf{y}(k+p|k)) + \sum_{p=0}^{N_u-1} \Delta \mathbf{u}(k+p|k)^T \mathbf{R}(p) \Delta \mathbf{u}(k+p|k)$$

$\mathbf{y}_{zad}(k+p|k)$ – wektor wartości zadanych (wymiar n_y),
 $\mathbf{y}(k+p|k)$ – wektor wielkości regulowanych (wymiar n_y),
 $\mathbf{Q}(p) \geq 0$ – macierz współczynników wagowych
składowych wektora uchybów
predykowanych na chwilę $k+p$
(zwykle diagonalna, może być jednostkowa)
 N – horyzont predykcji
 N_1 – chwila od której obliczana jest funkcja J ($1 \leq N_1 \leq N$)

$\Delta \mathbf{u}(k+p|k)$ – wektor przyrostów sterowań (o wymiarze n_u),
 $\mathbf{R}(p) \geq 0$ – macierz współczynników wagowych
składowych wektora sterowania
predykowanych na chwilę $k+p$
 N_u – horyzont strojenia

Zwykle $\mathbf{R}(p) = \lambda \mathbf{I}$, gdzie λ to współczynnik kary,
który określa wagę tłumienia zmienności sterowania
w stosunku do redukcji uchybów regulacji).

Parametry MPC:

- długość horyzontu predykcji (N) – zależy od dynamiki obiektu
- długość horyzontu strojenia (N_u) – większe $N_u \rightarrow$ więcej zmiennych decyzyjnych (dłuższe obliczenia)
- wagi Q, R – im większe Q w stosunku do R , tym wolniejsze sterowanie, ale lepsze wskaźniki jakości
- okres próbkowania ΔT – lepsza dynamika sterowania (ΔT), mniejsze ΔT większy wymiar optymalizacji (dłuższe obliczenia)

Modele do predykcji:

- liniowe - prostsza optymalizacja liniowa
- nieliniowe – trudna i czasochłonna optymalizacja nieliniowa

Generacje MPC:

- DMC (Dynamic Matrix Control) – przybliżone traktownie ograniczeń
- QDMC (Quadratic Dynamic Matrix Control) – z liniowymi ograniczeniami na sygnały pomiarowe i sterujące
- GPC (Generalized Predictive Control) – jako model obiektu transmitancja dyskretna (równania różnicowe)
- współczesne – jako model obiektu równania stanu

Sterowanie predykcyjne MPC

Realizacja przykładowego problemu w Matlab/Simulink

