

Sterowanie odporne (krzepkie, mocne) - robust

Sterowanie odporne jest projektowane tak aby regulator działał poprawnie w warunkach gdy pewne parametry obiektu są „niepewne” (niedokładnie wyznaczone lub będą się zmieniać w ograniczonym zakresie)

Powody niepewności modeli obiektów:

- parametry modelu są wyznaczone w przybliżony sposób lub zmieniają wartości
- pomijana lub nieznanne własności w zakresie wyższych częstotliwości (pomijanie małych stałych czasowych)
- zmiana warunków pracy
- linearyzacja opisu nieliniowych obiektów
- błędy podczas identyfikacji na podstawie danych pomiarowych

Sterowanie odporne (krzepkie, mocne, robust):

- potrzebuje informacji *a priori* o granicach tych niepewnych lub zmiennych parametrów
- gwarantuje, że jeśli zmiany leżą w pewnych granicach nie trzeba zmieniać przyjętej zasady sterowania

Sterowanie adaptacyjne:

- nie potrzebuje informacji *a priori* o granicach tych niepewnych lub zmiennych parametrów
- zasada sterowania dostosowuje się sama.

Projektowanie sterowania odpornego:

- projektowanie z zagwarantowaniem odporności

(3) Kształtowanie pętli H^∞ (H-infinity)

(4) μ -Analysis

Projektowanie klasyczne:

- sprawdzenie odporności po zaprojektowaniu układu

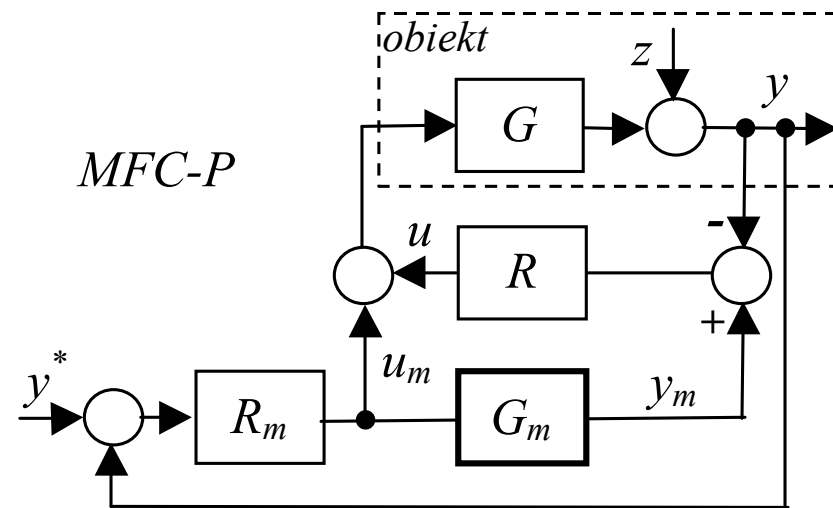
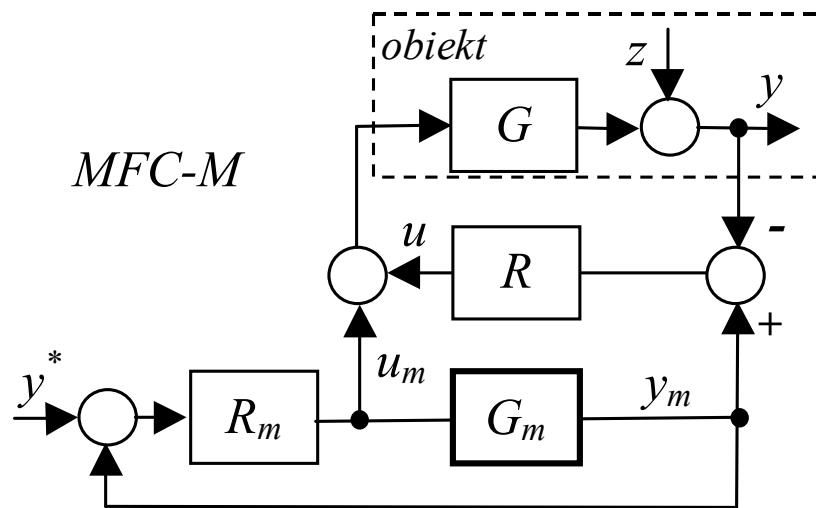
(1) Układy o charakterze odpornym

(2) Kształtowanie pętli PID (loop shaping)

Projektowanie w dziedzinie częstotliwości
- zadany margines fazy

Kształtowanie odpornej pętli PID
- MIGO, AMIGO

Regulatory MFC (Model-Following Control)



Patrz regulacja z modelem

Przykłady:

Skoczowski Stanisław, Osupiuk Rafał, Pietrusiewicz Krzysztof, **Odporna regulacja PID o dwóch stopniach swobody w praktyce**,

Wydawnictwo Naukowe PWN SA, Warszawa 2006

Brzózka J., Regulatory i układy automatyki

1. Definiowanie niepewnych modeli
 2. Analiza niepewnych modeli (systemów)
 3. Odporne strojenie
-

4. Metody kształtowania pętli:

- kształtowanie odpowiedzi częstotliwościowej w układach sprzężenia zwrotnego MIMO
-

5. Metoda H^∞ :

- projektowanie kontrolerów MIMO w dziedzinie częstotliwości

6. Metoda μ :

- synteza sterowania MIMO dla niepewnych systemów

Matlab:

1) Definicja niepewnego modelu

1a) Konstrukcja modeli z niepewnymi parametrami

$$G = \frac{1}{0.2s + 1}$$

1° Utworzenie „niepewnego” parametru (obiekt typu „ureal”) o wartości 5 z niepewnością 10%

```
bw = ureal('bw',5,'Percentage',10)
```

```
bw =
```

Uncertain real parameter "bw" with nominal value 5 and variability [-10,10]%.

Własności obiektu bw - get(bw):

NominalValue: 5

Mode: 'Percentage'

Range: [4.5000 5.5000]

PlusMinus: [-0.5000 0.5000]

Percentage: [-10 10]

AutoSimplify: 'basic'

Name: 'bw'

2° Utworzenie r.stanu/transmitancji z niepewnym parametrem – rezultatem jest obiekt typu „uss” (uncertain state-space)

```
H = tf(1,[1/bw 1])
```

```
H =
```

Uncertain continuous-time state-space model with 1 outputs, 1 inputs, 1 states.

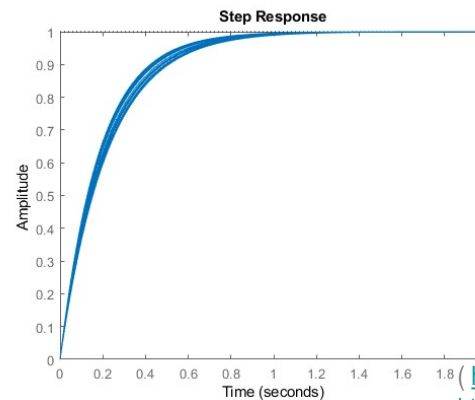
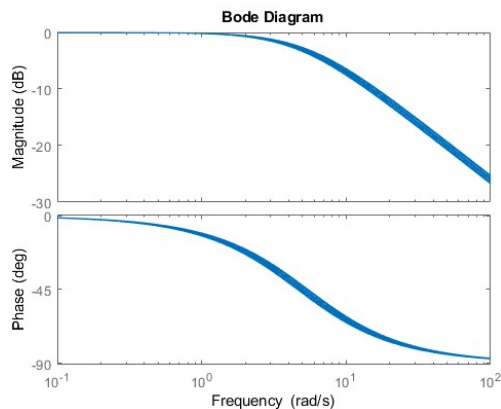
The model uncertainty consists of the following blocks:

bw: Uncertain real, nominal = 5, variability = [-10,10]%, 1 occurrences

Type "H.NominalValue" to see the nominal value, "get(H)" to see all properties, and "H.

Uncertainty" to interact with the uncertain elements

3° Charakterystyki niepewnego modelu **H** – bode, step:



(<https://www.mathworks.com/help/robust/represent-uncertain-systems.html>
<https://www.mathworks.com/help/robust/uncertain-models.html>)

1b) Konstrukcja modeli z niepewnością w dziedzinie częstotliwości (niezamodelowana dynamika) $G = \frac{1}{0.2s + 1}$

1° Utworzenie „niepewnego” parametru (obiekt typu „ureal”) o wartości 5 z niepewnością 10%

```
bw = ureal('bw',5,'Percentage',10)
```

```
bw =
```

Uncertain real parameter "bw" with nominal value 5 and variability [-10,10]%

2° Utworzenie r.stanu/transmitancji z niepewnym parametrem – rezultatem jest obiekt typu „uss” (uncertain state-space)

```
H = tf(1,[1/bw 1]);
```

```
Gnom = H;
```

3° Utworzenie filtra W (wagi) ze wzmacnieniem, które reprezentuje niepewność dla każdej częstotliwości

```
W = makeweight(.05,9,10); 4)
```

4° Utworzenie obiektu Delta typu „ultidyn” z granicą wzmacnienia (?) równą 1

```
Delta = ultidyn('Delta',[1 1]);
```

5° Niepewny model G zawiera i niepewność bw, i niepewność Delta

```
G = Gnom*(1+W*Delta)
```

```
G =
```

Uncertain continuous-time state-space model with 1 outputs, 1 inputs, 2 states.

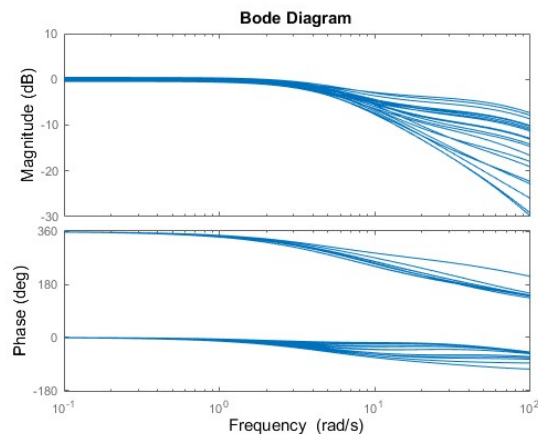
The model uncertainty consists of the following blocks:

Delta: Uncertain 1x1 LTI, peak gain = 1, 1 occurrences

bw: Uncertain real, nominal = 5, variability = [-10,10]%, 1 occurrences

Type "G.NominalValue" to see the nominal value, "get(G)" to see all properties, and "G.Uncertainty" to interact with the uncertain elements.

6° Charakterystyki niepewnego modelu **H** – bode



Matlab:

2) Analiza odporności

2) Projekt regulatora dla modelu nominalnego (metoda biegunów) i analiza odporności

Model nominalny:

$$G = \frac{1}{0.2s + 1}$$

Regulator PI:

$$R = K_p \left(1 + \frac{K_I}{s} \right) = K_p \frac{s + K_I}{s}$$

Układ otwarty:

$$G_o = RG = K_p \frac{s + K_I}{s} \frac{1}{0.2s + 1} = \frac{K_p (s + K_I)}{(0.2s + 1)s}$$

Układ zamknięty:

$$G_z = \frac{L_o}{M_o + L_o} = \frac{K_p (s + K_I)}{(0.2s + 1)s + K_p (s + K_I)} = \frac{K_p (s + K_I)}{0.2s^2 + (1 + K_p)s + K_p K_I} = \frac{5K_p (T_I s + 1)}{s^2 + 5(1 + K_p)s + 5K_p K_I}$$

Mianownik = $s^2 + 2\xi \omega_n s + \omega_n^2$ Zadane parametry ξ i ω	→	$K_p = \frac{2\xi\omega}{5} - 1$ $K_I = \frac{\omega^2}{5K_p}$
---	---	---

Sprawdzimy dwa warianty regulatora:

R1) $\xi=0.707, \omega=3$;

R2) $\xi=0.707, \omega=7.5$;

$\xi = 0.707; \omega_n = 3$;

$R1 = \text{tf}([(2*\xi*\omega_n/5-1) \omega_n*\omega_n/5],[1 \ 0]);$

$\omega_n = 7.5$;

$R2 = \text{tf}([(2*\xi*\omega_n/5-1) \omega_n*\omega_n/5],[1 \ 0]);$

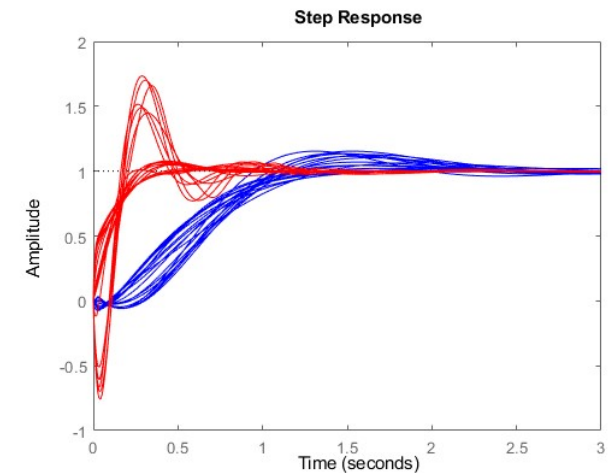
$T1 = \text{feedback}(G*K1,1);$

$T2 = \text{feedback}(G*K2,1);$

$\text{stepplot}(T1,'b',T2,'r',3)$

%układ z regulatorem R1 (niebieski)

%układ z regulatorem R2 (czerwony)



Wniosek: Układ T2 (czerwony) jest szybszy,

ale niepewności obiektu mają większy wpływ

2) Projekt regulatora dla modelu nominalnego (metoda biegunów) i analiza odporności

Obliczenie odpornego zapasu stabilności – komenda `robstab()`

- zapas > 1 – układ stabilny dla wszystkich wartości niepewnego parametru
 - zapas < 1 – możliwe są wartości gdy układ jest niestabilny.
- Ona układy T1 i T2 są stabilne

Obliczenie najgorszego wpływu niepewności na szczyt amplitudy transmitancji wrażliwości $S=1/(1+GR)$ zamkniętej pętli (transmitancja uchybowa) – funkcja `wcgain()`

(wpływ na przeregulowanie odp.skokowej)

Obliczenie dolnej i górnej granicy piku w transmitancji S – funkcja `maxgain()`

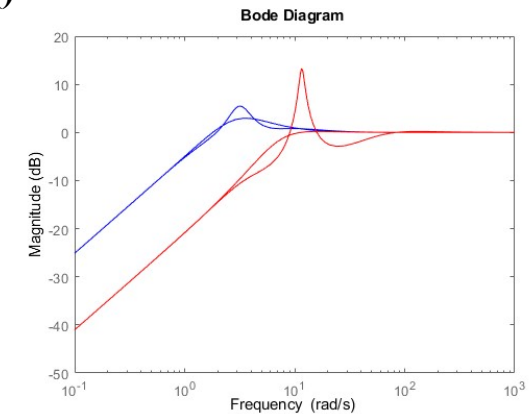
Porównanie ch-k nominalnych i najgorszych:

```
bodemag(S1.NominalValue,'b',usubs(S1,wcu1),'b');
```

```
hold on
```

```
bodemag(S2.NominalValue,'r',usubs(S2,wcu2),'r');
```

- gdzie `usubs()` – podstawia najgorszą wartość niepewnego elementu



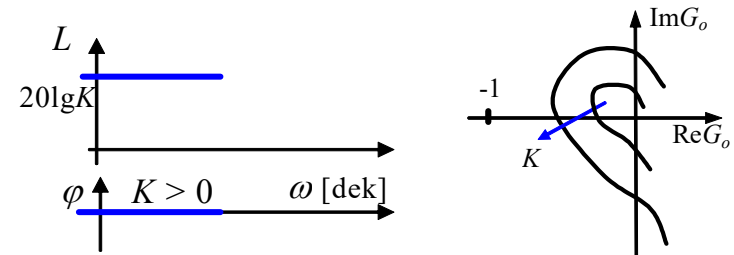
Zasada: Modyfikując regulator można odsunąć krzywą od punktu krytycznego

$$R_{PID} = K \left(1 + \frac{1}{sT_i} + sT_d \right) = K \left(1 + I \frac{1}{s} + Ds \right)$$

Wpływ:

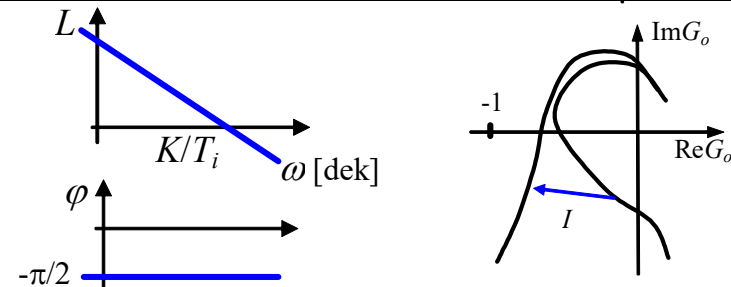
• **działanie proporcjonalne:**

- nie ma przesunięcia fazowego
- zwiększenie K przesuwa wykres promieniowo



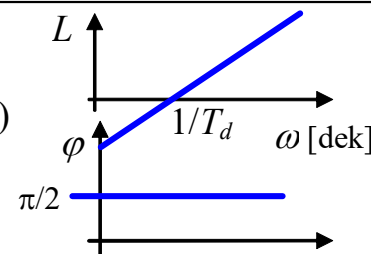
• **działanie całkujące:**

- wprowadza opóźnienie fazy (phase lag, przesunięcie ujemne)
- zwiększenie I przygina krzywą w kierunku punktu krytycznego



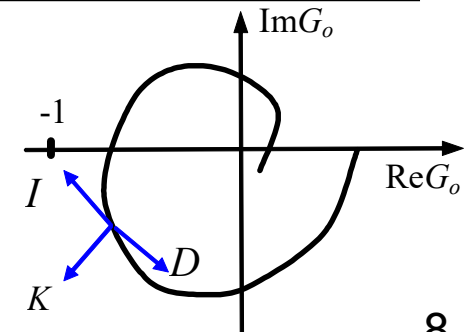
• **działanie różniczkujące:**

- wprowadza przyspieszenie fazy (phase lead, dodatnie przesunięcie)
- zwiększenie D odgina krzywą od punktu krytycznego



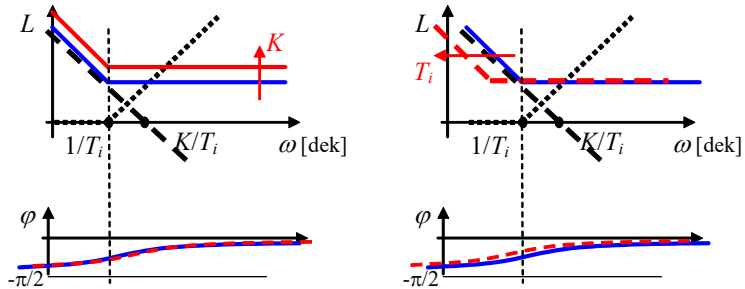
Kształtowanie pętli na podstawie:

1. interpretacji metody drgań krytycznych
2. funkcji wrażliwości i komplementarnej funkcja wrażliwości

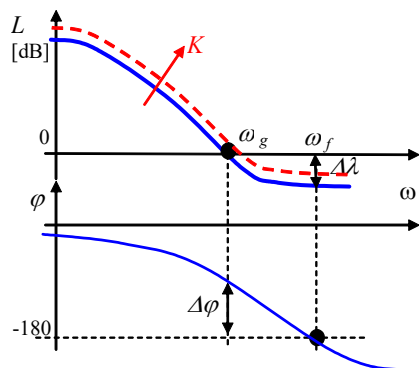
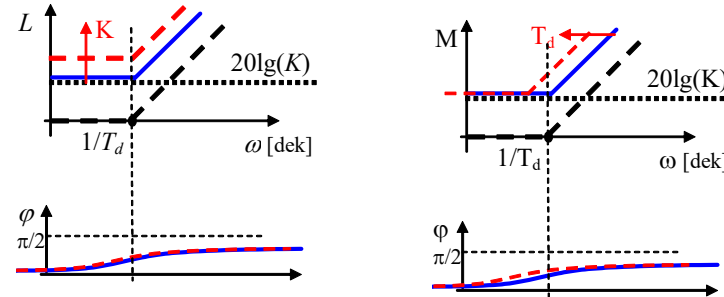


Zasada: Modyfikując regulator można odsunąć krzywą od punktu krytycznego (na wykresach Bodego)

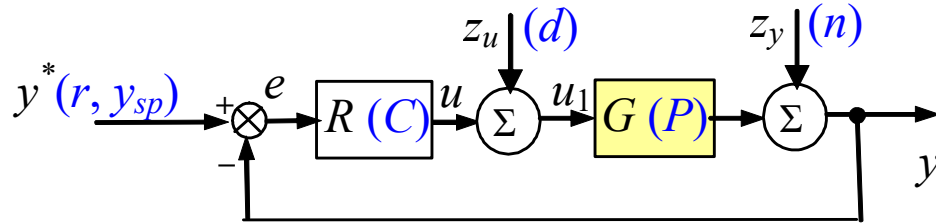
$$R_{PI} = K \left(1 + \frac{1}{sT_i} \right) = \frac{K}{sT_i} (sT_i + 1)$$



$$R_{PD} = K(1 + sT_d)$$



Opis układu regulacji



$$y = \frac{G_o}{1 + G_o} y^* + \frac{G}{1 + G_o} z_u + \frac{1}{1 + G_o} z_y$$

$$e = \frac{1}{1 + G_o} y^* - \frac{G}{1 + G_o} z_u - \frac{1}{1 + G_o} z_y$$

Zapas (margines) stabilności

- **Zapas (margines) wzmocnienia** (gain margin) $g_m = \frac{1}{|G_o(j\omega_{180})|}$

ω_{180} – częstotliwość odcięcia fazy (phase crossover frequency):

- jest to najmniejsza częstotliwość, dla której opóźnienie fazowe G_o wynosi 180° (punkt przecięcia wykresu z ujemną osią rzeczywistą).
- ile razy można zwiększyć wzmocnienie zanim układ straci stabilność ($g_m |G_o(j\omega_{180})| = 1$)
- przyjmuje się $g_m = 2 \div 5$.

- **Zapas (margines) fazy** (phase margin) $\varphi_m = \pi + \arg G_o(j\omega_{gc})$

ω_{gc} – częstotliwość odcięcia wzmocnienia (gain crossover frequency):

- najmniejsza częstotliwość, dla której transmitancja G_o ma wzmocnienie = 1
- przyjmuje się $\varphi_m = 30^\circ \div 60^\circ$.

- **Zapas (margines) stabilności** (stability margin) s_m

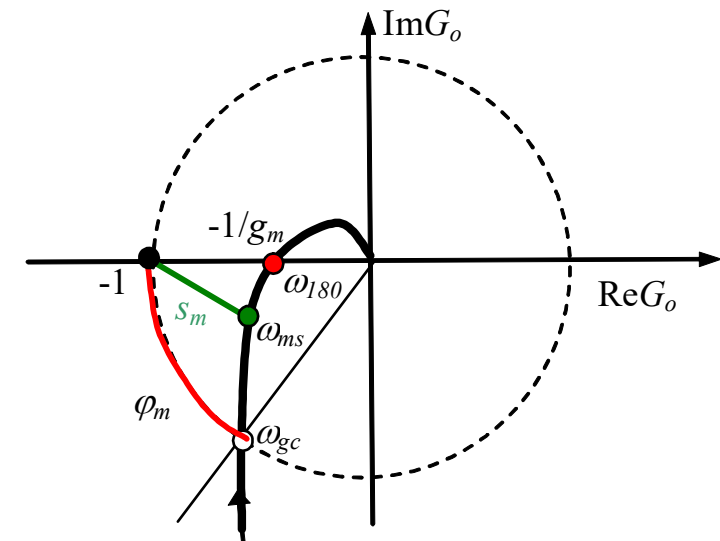
- najkrótsza odległość wykresu od punktu krytycznego -1
- pojedynczy parametr zastępujący g_m i φ_m .
- przyjmuje się $s_m = 0.5 \div 0.8$

- **Zapas (margines) opóźnienia** (delay margin)

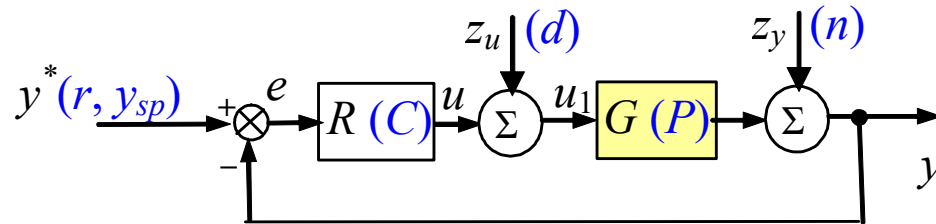
– najmniejszy czas opóźnienia, który powoduje niestabilność systemu

Stabilność UR

$$|G_o(j\omega_{180})| < 1$$



Opis układu regulacji



$$y = \frac{G_o}{1+G_o} y^* + \frac{G}{1+G_o} z_u + \frac{1}{1+G_o} z_y$$

$$e = \frac{1}{1+G_o} y^* - \frac{G}{1+G_o} z_u - \frac{1}{1+G_o} z_y$$

Funkcja wrażliwości (S) i funkcja komplementarna do wrażliwości (T)

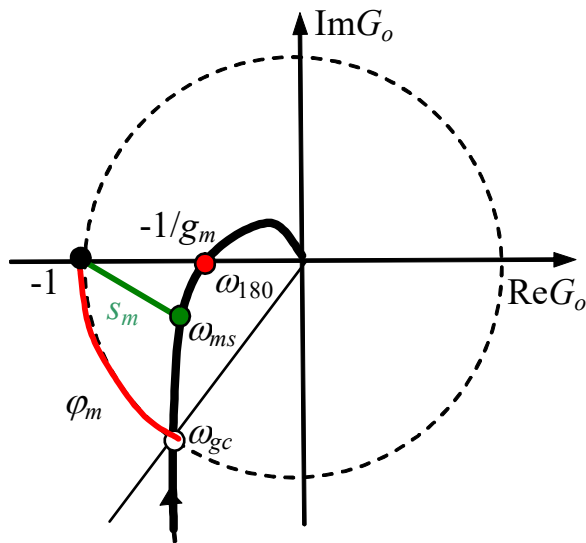
$$S = \frac{1}{1+G_o} = \frac{1}{1+RG}$$

$$T = \frac{G_o}{1+G_o} = \frac{RG}{1+RG}$$

$$S(s) + T(s) = 1$$

$$y = Ty^* + SGz_u + Sz_y$$

$$e = Sy^* - SGz_u - Sz_y$$

Interpretacja graficzna funkcji wrażliwości (S)

1) Największa wrażliwość:

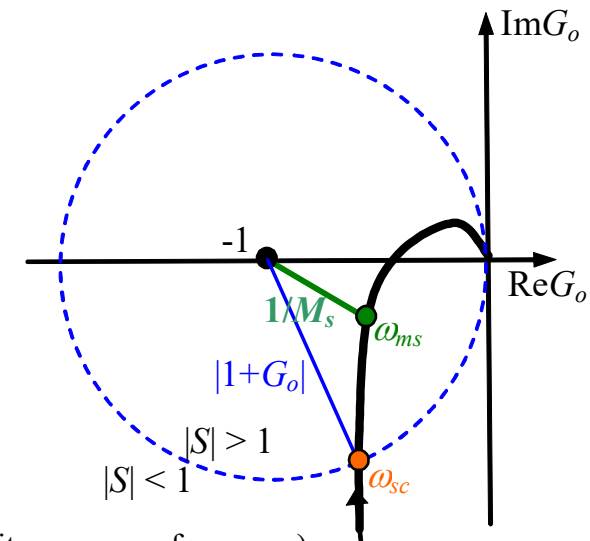
$$M_s = \max_{\omega} |S(j\omega)| = \max_{\omega} \left| \frac{1}{1+G_o(j\omega)} \right|$$

2) Odległość krzywej Nyqusta od -1:

$$\frac{|\operatorname{Re} G_o + j \operatorname{Im} G_o - (-1 + j0)|}{|1+G_o(j\omega)|}$$

3) Margines stabilności s_m :

$$s_m = 1/M_s$$



ω_{sc} - częstotliwość odcięcia wrażliwości (sensitivity crossover frequency)

- najmniejsza ω dla której funkcja wrażliwości ma wzmacnienie 1

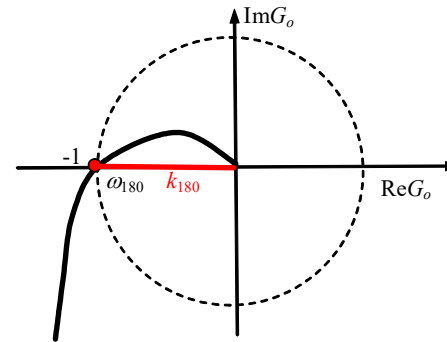
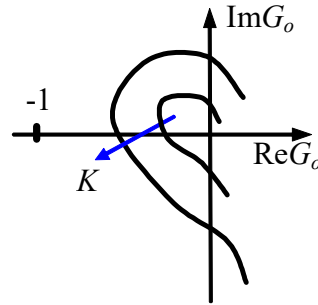
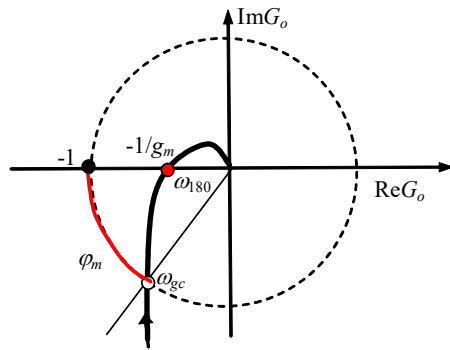
Teoria:

Metoda cyklu granicznego

Zasada: Zwiększanie K aż do niegasnących oscylacji (granica stabilności)

Odczytanie parametrów drgań: K_{kryt} , T_{kryt}

Oblicz nastawy, np. PI: $0,45K_{kryt}$ $0,85T_{kryt}$ (forma prostej metody kształtowania pętli)



Interpretacja:

$$k_{180} = -1/K_{pkryt}$$

$$\omega_{180} = 2\pi/T_{kryt}$$
$$= \omega_{kryt}$$

Dodać obliczenie zapasu stabilności dla metody cyklu granicznego

[Advanced PID, Astrom/6.2, str.162-3]

$$G_o(s) = R(s)G(s) \longrightarrow G_o(j\omega) = R(j\omega)G(j\omega)$$

Model regulatora

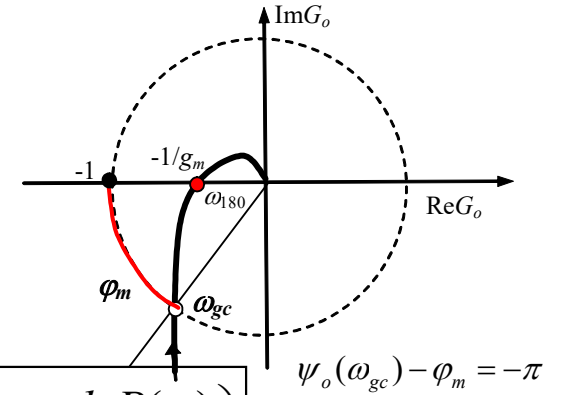
$$R(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s}\right) = k_p + \frac{k_i}{s}$$

$$R(j\omega) = k_p - j \frac{k_i}{\omega}$$

Model obiektu

$$G(s)$$

$$G(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega) = A(\omega)e^{j\psi(\omega)}$$



$$1) \quad G_o(j\omega) = \left(k_p - j \frac{k_i}{\omega}\right) (P(\omega) + jQ(\omega)) = \boxed{k_p P(\omega) + \frac{k_i Q(\omega)}{\omega} + j \left(k_p Q(\omega) - \frac{k_i P(\omega)}{\omega}\right)}$$

$$2) \quad G_o(j\omega) = P_o(\omega) + jQ_o(\omega) = A_o(\omega)e^{j\psi_o(\omega)} \quad (\text{inna forma transmitancji } G_o)$$

Dla ω_{gc} mamy: $A_o(\omega_{gc}) = 1$

$$\psi_o(\omega_{gc}) = \varphi_m - \pi \quad (\text{wz\u00f3r Eulera: } e^{j(\varphi_m - \pi)} = -\cos \varphi_m - j \sin \varphi_m)$$

$$\boxed{G_o(j\omega_{gc}) = e^{j(\varphi_m - \pi)} = -\cos \varphi_m - j \sin \varphi_m}$$

$$1+2) \quad \begin{cases} k_p P(\omega_{gc}) + \frac{k_i Q(\omega_{gc})}{\omega_{gc}} = -\cos \varphi_m \\ k_p Q(\omega_{gc}) - \frac{k_i P(\omega_{gc})}{\omega_{gc}} = -\sin \varphi_m \end{cases}$$

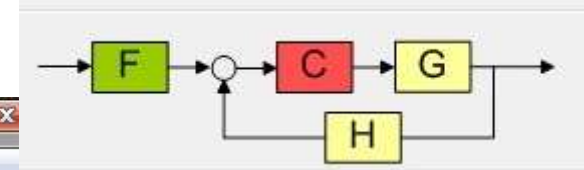
$$\boxed{\begin{aligned} k_p &= -\frac{P(\omega_{gc}) \cos \varphi_m + Q(\omega_{gc}) \sin \varphi_m}{P^2(\omega_{gc}) + Q^2(\omega_{gc})} = -\frac{1}{A(\omega_{gc})} \cos(\varphi_m - \psi(\omega_{gc})) \\ k_i &= \omega_{gc} \frac{P(\omega_{gc}) \sin \varphi_m - Q(\omega_{gc}) \cos \varphi_m}{P^2(\omega_{gc}) + Q^2(\omega_{gc})} = \frac{\omega_{gc}}{A(\omega_{gc})} \sin(\varphi_m - \psi(\omega_{gc})) \end{aligned}}$$

[Advanced PID, Astrom/6.2, str.163-4]. Patrz te\u017c

[PI controller design method with desired phase margin and settling time \(http://www.posterus.sk/?p=16942\)](http://www.posterus.sk/?p=16942)

Tuning of PI controllers based on gain and phase margin specifications (<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1474667017484539>)

sisotool(*obiekt_lti*, *regulator*)



Control and Estimation Tools Manager

File Edit Help

Workspace

- SISO Design Task
 - Design History
 - Response Optimizer

Architecture Compensator Editor Graphical Tuning Analysis Plots **Automated Tuning**

Design method: PID Tuning

Compensator

C = 91.467

Specifications

Tuning method: Robust response time

Design options

Controller Type: P I PI PD PID

Design with first order derivative filter

Design mode: Interactive (adjustable performance and robustness)
Automatic (balanced performance and robustness)
Interactive (adjustable performance and robustness)

Bandwidth: 1.12 rad/s

Phase margin: 60 deg

Update Compensator

Show Architecture Store Design Help

SISO Design Task Node.

sisotool(*obiekt_lti*, *regulator*)

The image shows the MATLAB *sisotool* interface. The 'Tuning Methods' menu is open, showing options for graphical and automated tuning. The 'Automated Tuning' section is highlighted, with 'PID Tuning' selected. The 'PID Tuning' window is open, showing the following settings:

- Compensator: $C = 1 \times \frac{(1+s)}{s}$
- Select Loop to Tune: LoopTransfer_C
- Tuning method: Robust response time
- Controller Type: P I PI PD PID
- Design mode: Time
- Response Time (seconds): 1.123
- Transient Behavior: 0.6

The '0.6' value is circled in red. The background shows a Bode plot with Magnitude (dB) on the y-axis and Frequency (rad/s) on the x-axis. The x-axis has markers at 10^0 and 10^1 .

Teoria:

Funkcja wrażliwości a zmiany

1) Wrażliwość a małe zmiany obiektu (dG)

Transmitancja G_z :
$$G_z = \frac{G_o}{1+G_o} = \frac{RG}{1+RG} \quad (G_z \text{ jako funkcja „zmienniej” } G)$$

Pochodna G_z :
$$\frac{dG_z}{dG} = \frac{R(1+RG) - RGR}{(1+RG)^2} = \frac{R}{(1+RG)^2}$$

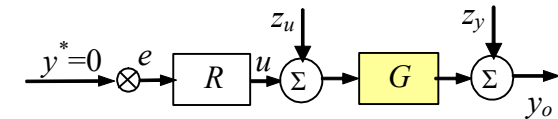
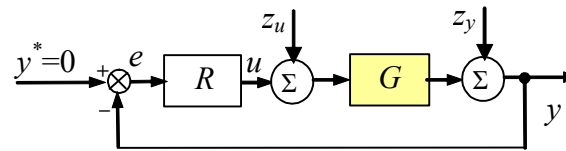
Względna zmienność G_z :
$$\frac{dG_z}{G_z} = \frac{R \cdot dG}{(1+RG)^2} \frac{1}{G_z} = \frac{R \cdot dG}{(1+RG)^2} \frac{1+RG}{RG} = \frac{1}{1+RG} \frac{dG}{G} = S \frac{dG}{G}$$

$$S = \frac{1}{1+G_o} = \frac{1}{1+RG}$$

$$T = \frac{G_o}{1+G_o} = \frac{RG}{1+RG}$$

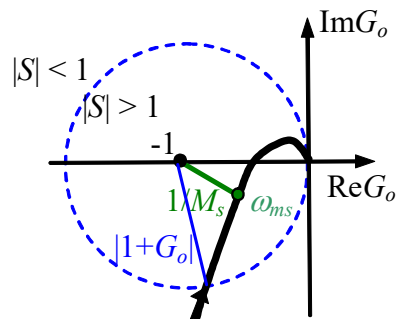
Dla ω , dla których funkcja wrażliwości S jest mała, transmitancja G_z jest mało wrażliwa na zmiany procesu G .

2) Wrażliwość a tłumienie zakłóceń



$$\frac{y}{y_o} = \frac{RG}{1+RG} / RG = \frac{1}{1+RG} = S$$

Zakłócenia o częstotliwościach ω dla których $|S(j\omega)| < 1$ są w układzie zamkniętym **tłumione**,
Zakłócenia o częstotliwościach ω dla których $|S(j\omega)| > 1$ są w układzie zamkniętym **wzmacniane**.



Liczba zespolona $1+G_o(j\omega)$ jako wektor od punktu -1 do punktu na wykresie $G_o(j\omega)$

- **funkcja $S < 1$** - punkty na zewnątrz okręgu jednostkowego o środku w punkcie -1:
- w układzie zamkniętym zakłócenia o takich ω są **tłumione** .
- **funkcja $S > 1$** - punkty w środku okręgu jednostkowego o środku w punkcie -1:
- w układzie zamkniętym zakłócenia o takich ω są **wzmacniane** .

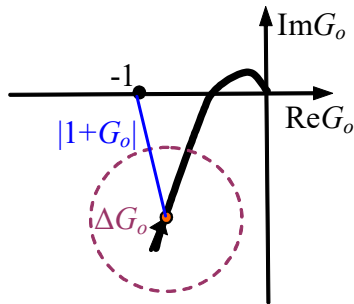
Największa wrażliwość M_s (najbliżej punktu krytycznego – najmniejszy zapas $s_m = 1/M_s$)

- najgorszy przypadek wzmacniania zakłóceń

3) Wrażliwość a duże zmiany obiektu (ΔG)

$$S = \frac{1}{1 + G_o} = \frac{1}{1 + RG}$$

$$T = \frac{G_o}{1 + G_o} = \frac{RG}{1 + RG}$$



- Zmiana obiektu od G do $G + \Delta G$, gdzie ΔG jest stabilną transmitancją
- Na ch.Nyquista G_o odpowiada to zmianie o $\Delta G_o = R \Delta G$

Układ pozostanie stabilny, jeśli okrąg zmian ΔG_o nie „zahaczy” o punkt -1 „zachowawczo” dla każdego punktu (ω) (średnica ΔG_o zależy od ω)

Układ pozostanie stabilny jeśli: $|\Delta G_o| < |1 + G_o| \rightarrow |R \Delta G| < |1 + G_o| \rightarrow |\Delta G| < \frac{|1 + G_o|}{R} \rightarrow |\Delta G| < \frac{|1 + RG|}{R}$
 („zachowawczo” dla każdego punktu (ω))

Warunek stabilności w postaci względnej:

$$\left| \frac{\Delta G}{G} \right| < \left| \frac{1 + RG}{RG} \right| = \left| \frac{1}{T} \right| \rightarrow |\Delta G| < \left| \frac{G}{T} \right|$$

Dla ω , dla których komplementarna funkcja wrażliwości T jest mała, zmiany obiektu ΔG mogą być większe (z zachowaniem stabilności)

Największa wartość komplementarnej funkcji wrażliwości:

$$M_t = \max_{\omega} |T(j\omega)| = \max_{\omega} \left| \frac{G_o(j\omega)}{1 + G_o(j\omega)} \right| = \max_{\omega} \left| \frac{R(j\omega)G(j\omega)}{1 + R(j\omega)G(j\omega)} \right|$$

Funkcja M_t jest największym wzmocnieniem transmitancji układu zamkniętego ($y = Ty^*$)

$$y = Ty^* + SGz_u + Sz_y$$

$$e = Sy^* - SGz_u - Sz_y$$

Funkcja $1/M_t$ jest prostym, ostrożnym oszacowaniem dopuszczalnej zmiany (odchylenia) względnego obiektu (warunek stabilności).

$$\left| \frac{\Delta G}{G} \right| < \left| \frac{1 + RG}{RG} \right| = \left| \frac{1}{T} \right|$$

War. stabilności w postaci względnej: $|\Delta G| < \left| \frac{G}{T} \right| \rightarrow$ dopuszczalne zmiany obiektu

Dopuszczalne zmiany $|\Delta G|$ są większe gdy $|G| > |T|$,

(Astom/116: Większa precycja jest konieczna dla ω , dla których wzmocnienie układu zamkniętego > niż ukł. [Advanced PID, Astrom/4.6, s.115])

Z analizy wrażliwości:

1) Gdy funkcja wrażliwości S jest mała (dla tych częstotliwości), to:

- **małe odchylenia obiektu** (dG/G) mają mniejszy wpływ na transmitancję układu zamkniętego G_z
- takie **zakłócenia** są lepiej tłumione ($y/y_o < 1$)

$$\frac{dG_z}{G_z} = S \frac{dG}{G}$$

$$\frac{y}{y_o} = S$$

Jednak wrażliwość nie może być dowolnie mała, ponieważ w stabilnym układzie obowiązuje warunek:

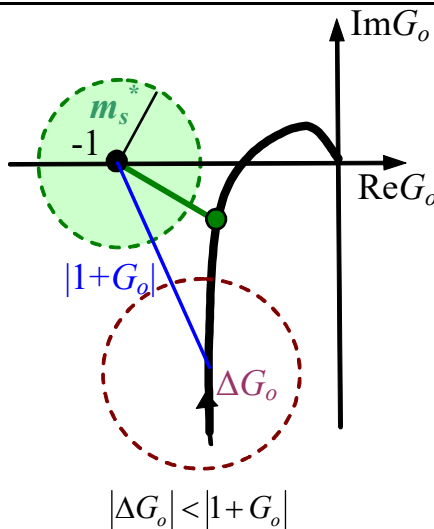
$$\int_0^{\infty} \log |S(j\omega)| d\omega = 0 \quad (\text{całka Bodego})$$

[Advanced PID, Astrom/(4.28)]

To oznacza: jeśli wrażliwość będzie zredukowana w jakimś zakresie ω , to wzrośnie w innym zakresie ω

2) Gdy komplementarna funkcja wrażliwości T jest mała (dla tych częstotliwości), to **duże odchylenia obiektu** ($\Delta G/G$) nie powodują niestabilności

$$\left| \frac{\Delta G}{G} \right| < \left| \frac{1}{T} \right|$$



Zadany margines m_s^* - okrąg o środku w -1 i o promieniu m_s^*

- stąd zadana maksymalna wrażliwość układu $M_s^* = 1/m_s^*$

UR stabilny, gdy cała krzywa Nyquista poza okręgiem

- tzn. w każdym punkcie odległość krzywej od punktu -1 ($|1+G_o|$) musi być $>$ margines m_s^*
- tzn. minimalny margines układu $m_s > m_s^*$
- tzn. maksymalna wrażliwość układu $S < M_s^* = 1/m_s^*$

Zadana maksymalna komplementarna funkcja wrażliwość układu M_t^* (4.6/str.117)

Złożona (połączona) funkcja wrażliwość układu M (4.6/str.117)

Odporność na zmiany obiektu można wyrazić przez:

- maksymalną wartość wrażliwości M_s
- maksymalną wartość komplementarnej wrażliwości M_t
- złożoną wrażliwość M



To zapewnia, że krzywa Nyquista unika okręgów otaczających punkt krytyczny (-1)

Zasada: ograniczenia zapewniające odporność → obszar dozwolonych nastaw PID (obszar odporności) (robustness region)

Wyprowadzenie wzorów dla danej transmitancji obiektu G i regulatora R (nastawy są parametrami) [Advanced PID, Astrom/ s.207- 208]

- **funkcja kwadratu odległości** krzywej Nyquista od punktu krytycznego (-1) dla każdego ω musi być \geq od zadanej wartości r

$$f(k_p, k_i, k_d, \omega) = |1 + G_o(j\omega)|^2 = |1 + R(j\omega)G(j\omega)|^2 \geq r^2$$

- podstawić konkretny model obiektu w postaci

$$G(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega) = A(\omega)e^{j\psi(\omega)}$$

$$P(\omega) = A(\omega) \cos \psi(\omega)$$

$$Q(\omega) = A(\omega) \sin \psi(\omega)$$

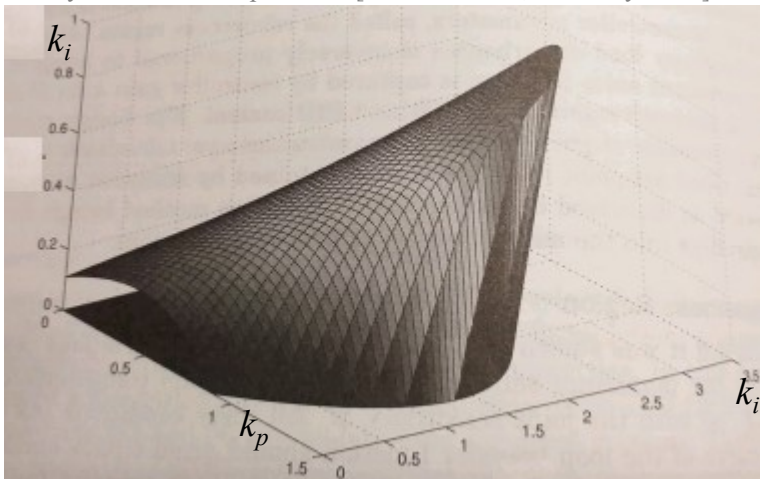
- i ogólny model regulatora (nastawy=parametry)

$$R(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s$$

$$R(j\omega) = k_p - j \frac{k_i}{\omega} + k_d \omega = k_p + j(k_i / \omega + k_d \omega)$$

$$f(k_p, k_i, k_d, \omega) = \left| 1 + \left(k_p + j \left(\frac{k_i}{\omega} + k_d \omega \right) \right) (P(\omega) + jQ(\omega)) \right|^2 \geq r^2$$

Przykład obszaru odporności .[Advanced PID, Astrom/rys.6.18]



Ogólna zasada projektowania PID

- wyznaczyć obszar odporności (zadana wrażliwość, dany model obiektu)
- maksymalizacja k_i z zachowaniem ograniczeń (obszaru odporności) (poszukiwanie maksimum funkcji)

Szczegóły patrz [Advanced PID, Astrom/ s.208],

Praktyczny algorytm projektowania PID:

- projekt PD, który spełnia ograniczenia
- projekt PI, który spełnia ograniczenia
- projekt PID (połączenie PD i PI)
- wygładzenie warunków

Szczegóły patrz [Advanced PID, Astrom/ s.212],

[Advanced PID, Astrom/ 207-robustness region, 211n- algorytm),

MIGO - M constrained Integral Gain Optimization

(integral gain – k_i)

Zastosowanie uproszczenia:

- dla określonego wzmocnienia k_d maksymalne wzmocnienie k_i występuje w jednym punkcie (gdzie $\partial k_i / \partial k_p = 0$)

Praktyczny algorytm projektowania PID:

- wyznaczyć obszar odporności (zadana wrażliwość, dany model obiektu)
- projekt PD: ustalić k_i , wyznaczyć k_p ze wzoru
- obliczyć wartość złożonej wrażliwości M w pewnym zakresie ω i sprawdzić czy $M < M_{kryt}$
- zwiększać k_i aż do spełnienia ograniczeń (obszaru odporności)

[Advanced PID, Astrom/ s.217 (MIGO)]

AMIGO (przybliżone MIGO):

- wykorzystanie metody MIGO w oparciu o przybliżone modele procesu typu FODT

(W MIGO stosuje się modele obiektu w postaci funkcji wymiernych, w AMIGO modele FODT)

$$\frac{K}{Ts+1} e^{-sT_o}$$

- wzory są znormalizowane względem parametrów modelu

Przykład – nastawy PI dla wrażliwości $M=1.4$

[Advanced PID, Astrom/ s228 (AMIGO)]

$$K_p = \frac{0.15}{K} + \left(0.35 - \frac{T_o T}{(T_o + T)^2} \right) \frac{T}{K + T_o} \quad T_i = 0.35 T_o + \frac{13 T_o T^2}{T^2 + 12 T_o T + 7 T_o^2}$$

Te wzory dla PID nie zawsze się sprawdzają, stąd wersja bardziej „zachowawcza” (gorsza jakość):

$$K_p = \frac{1}{K} \left(0,2 + 0,45 \frac{T}{T_o} \right) \quad T_i = \frac{0.4 T_o + 0.8 T}{T_o + 0.1 T} \quad T_d = \frac{0.5 T_o T}{0.3 T_o + T}$$

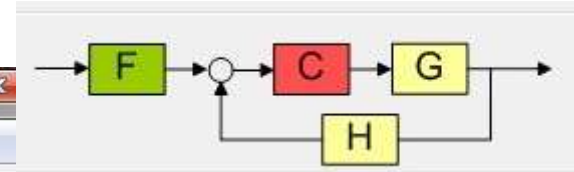
[Advanced PID, Astrom/ s233 (AMIGO)]

MIGO/AMIGO:

Metoda projektowania PID oparta na podobnym podejściu jak H_∞ (ograniczenie maksymalnej wrażliwości)

Warunki odporności opisane w postaci okręgów, które oznaczają obszar zabroniony dla krzywej Nyquista układu otwartego.

sisotool(obiekt_lti, regulator)



The screenshot shows the MATLAB SISO Design Tool interface. The window title is "Control and Estimation Tools Manager". The "Automated Tuning" tab is selected and highlighted with a red line. The "Design method" is set to "PID Tuning". The "Compensator" is set to "C" with a gain of 91.467. Under "Specifications", the "Tuning method" is set to "Classical design formulas", which is circled in red. The "Design options" section shows "Controller Type" set to "PI". The "Formula" dropdown menu is open, showing a list of options: "Approximate MIGO frequency response" (highlighted in blue and circled in red), "Approximate MIGO step response", "Chien-Hrones-Reswick", "Skogestad IMC", "Ziegler-Nichols frequency response", and "Ziegler-Nichols step response". At the bottom of the interface, there are buttons for "Show Architecture", "Store Design", "Help", and "Update Compensator". The status bar at the bottom left reads "SISO Design Task Node."

sisotool(*obiekt_lti*, *regulator*)

The screenshot displays the MATLAB SISO Design Tool interface. The 'Tuning Methods' menu is open, showing the following options:

- Bode Editor**: Edit feedback loop using Bode plot
- Closed-Loop Bode Editor**: Edit closed loop using Bode plot
- Root Locus Editor**: Edit compensators using root locus plot
- Nichols Editor**: Edit feedback loop using Nichols plot
- AUTOMATED TUNING** (highlighted with a red box):
 - PID**: PID Tuning. Tune PID compensator using robust response time or classical methods
 - LQG Synthesis**: Obtain feedback compensator using Linear-Quadratic-Gaussian design
 - IMC**: Internal Model Control (IMC) Tuning. Obtain feedback compensator using IMC design

The background shows the following plots:

- Root Locus Editor for LoopTransfer_C**: A plot of the root locus in the complex plane. The real axis ranges from -3 to 1, and the imaginary axis ranges from -1 to 1. There are poles at approximately -1 and 0, and a zero at approximately 0.5.
- IOTransfer_r2y: step**: A step response plot showing the system's response to a step input. The amplitude ranges from 0 to 1, and the time ranges from 0 to 7 seconds. The response is a smooth curve that starts at 0 and asymptotically approaches 1.