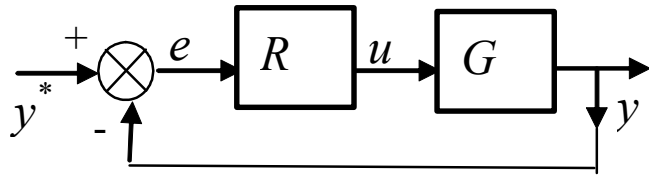


## Wzory opisujące regulatory PID



$$\frac{Y}{Y^*} = G_z = \frac{RG}{1+RG} \qquad \frac{E}{Y^*} = G_e = \frac{1}{1+RG}$$

$$G_z = \frac{RG}{1+RG} = \frac{\frac{L_R L_o}{M_R M_o}}{1 + \frac{L_R L_o}{M_R M_o}} = \frac{L_R L_o}{M_R M_o + L_R L_o}$$

### PID-ISA (Ideal Standard Algorithm)

$$R = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right)$$

$$K_p = k_p, T_i = \frac{k_p}{k_i}, T_d = \frac{k_d}{k_p}$$

$$K_p = K_p' \frac{T_i' + T_d'}{T_i'}$$

$$T_i = T_i' + T_d'$$

$$T_d = \frac{T_i' T_d'}{T_i' + T_d'}$$

Matlab: Ideal

$$R_{id} = P \left( 1 + I \frac{1}{s} + D \frac{Ns}{s+N} \right)$$

### PID-IND (INdependent algorithm)

$$R = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s$$

$$k_p = K_p, k_i = \frac{K_p}{T_i}, k_d = K_p T_d$$

Matlab: Paraller

$$R_{par} = P + I \frac{1}{s} + D \frac{Ns}{s+N}$$

### PID-kaskadowy (interacting)

$$K_p' \left( 1 + \frac{1}{s T_i'} \right) (1 + s T_d')$$

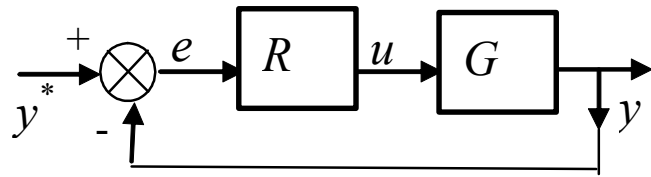
$$K_p' = \frac{K_p}{2} (1 + \sqrt{1 - 4T_d/T_i})$$

$$T_i' = \frac{T_i}{2} (1 + \sqrt{1 - 4T_d/T_i})$$

$$T_d' = \frac{T_d}{2} (1 + \sqrt{1 - 4T_d/T_i}) \quad , \text{ dla } T_i \geq 4T_d.$$

Patrz też: [Advanced PID, Astrom/wzór (3.7)]  
np.. o ograniczeniach

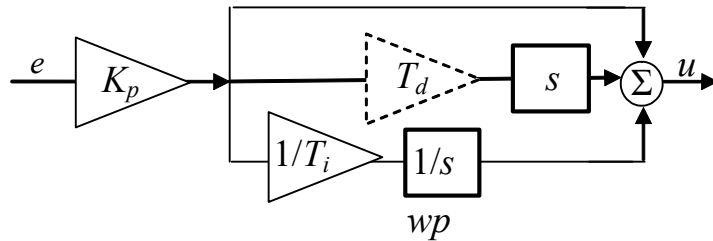
## Schematy symulacyjne regulatorów PID



$$G_z = \frac{RG}{1+RG} = \frac{L_R L_o}{M_R M_o + L_R L_o}$$

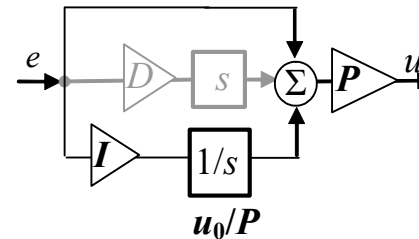
PID-ISA (Ideal Standard Algorithm)

$$R = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right)$$



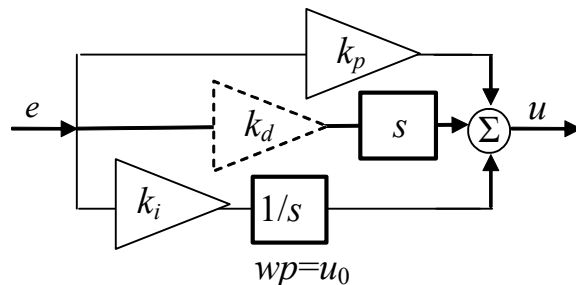
Matlab: Ideal

$$R_{id} = P \left( 1 + I \frac{1}{s} + D \frac{Ns}{s+N} \right)$$



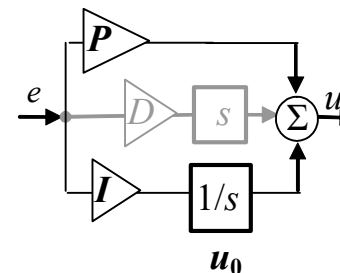
PID-IND (INDEpendent algorithm)

$$R = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s$$



Matlab: Paraller

$$R_{par} = P + I \frac{1}{s} + D \frac{Ns}{s+N}$$



## Metody doboru nastaw PID

Metody podstawowe:  
(inżynierskie)

– na podstawie odpowiedzi skokowej

- na podstawie drgań krytycznych

Metody zaawansowane:

- metody lokalizacji biegunów

- metody algebraiczne  
np. metoda reduktów

- metody optymalizacyjne  
(analityczne i symulacyjne)

- graphical tuning

## M.podstawowe – na podstawie odpowiedzi skokowej

Zasada:

- w warunkach równowagi zadać wymuszenie skokowe na obiekt i zarejestrować reakcję
- wyznaczyć transmitancję obiektu (postać transmitancji zależy od metody projektowania UR)
- zastosować wzory do obliczenia nastaw na podstawie parametrów transmitancji obiektu

# M. podstawowe – na podstawie odpowiedzi skokowej

## ► 1 metoda Zieglera-Nicholsa (odpowiedzi skokowej)

(Ziegler-Nichols step response)

- Identyfikacja modelu obiektu (przy rozwartej pętli)
- Obliczenie nastaw wg tabeli

Regulator	$K_p$	$T_i$	$T_d$
<b>PI</b>	$\frac{0,9T}{kT_o}$	$3,33T_o$	
<b>PID</b>	$\frac{1,2T}{kT_o}$	$2T_o$	$0,5T_o$

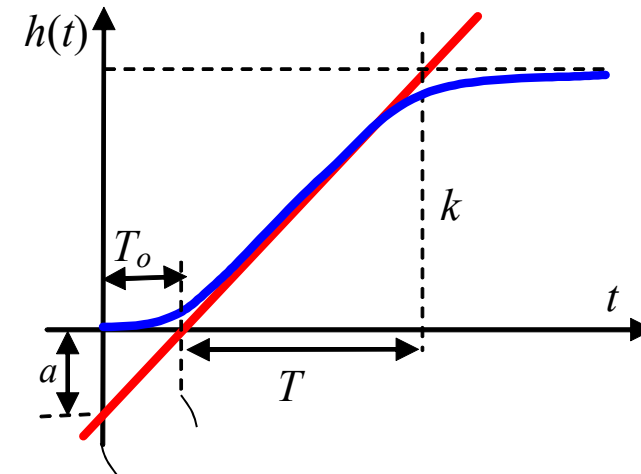
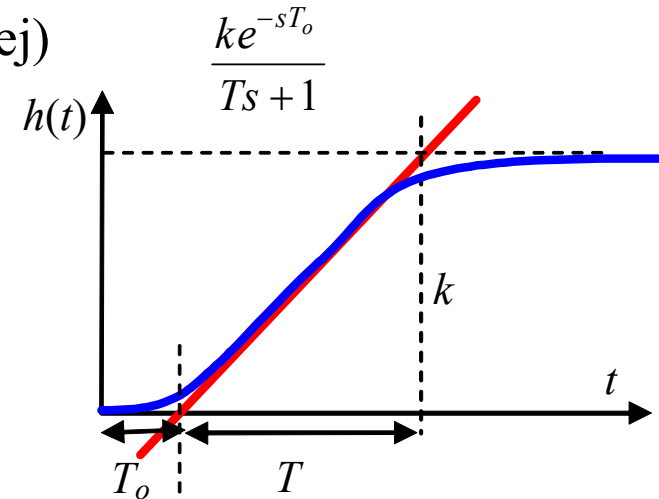
Uwagi: PID-kaskadowy  
 Jeśli  $T_o \approx 0$ , to ....  
 Jeśli  $K < 0$ , to ....

Patrz też: [Advanced PID, Astrom/wzór (3.7)]  
 np.. o ograniczeniach

[Pid controllers; Astrom; Tab4.1]  
 Więcej: [Advanced PID, Astrom; Tab6.1], w tym estymowana stała  $T$  ukl.zam

### Ziegler-Nichols

	$K_p$	$T_i$	$T_d$
P	$1/a$		
PI	$0.9/a$	$3T_o$	
PID	$1.2/a$	$2T_o$	$T_o/2$



$$\frac{k}{T} = \frac{a}{T_o} \rightarrow a = \frac{kT_o}{T}$$

- (+) Prosty eksperyment
- (-) Identyfikacja modelu obiektu przy rozwartej pętli regulacji

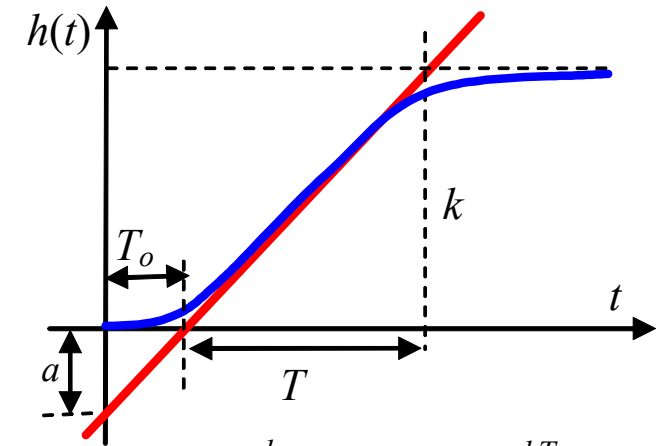
# M. podstawowe – na podstawie odpowiedzi skokowej

Ziegler-Nichols [Pid controllers; Astrom; Tab4.1]

	$K_p$	$T_i$	$T_d$
P	$1/a$	X	X
PI	$0.9/a$	$3T_o$	X
PID	$1.2/a$	$2T_o$	$T_o/2$

Cohen - Coon [Pid controllers; Astrom; Tab4.8; Advanced PID, Astrom; str.167; Brzózka/Tab4.4]

Reg.	$K_p$	$T_i$	$T_d$
P	$\frac{1}{a} \left( 1 + \frac{0,35\tau}{1-\tau} \right)$	X	X
PI	$\frac{0.9}{a} \left( 1 + \frac{0.92\tau}{1-\tau} \right)$	$\frac{3.3 - 3.0\tau}{1 + 1.2\tau} T_o$	X
PD	$\frac{1.24}{a} \left( 1 + \frac{0.13\tau}{1-\tau} \right)$	X	$\frac{0.27 - 0.36\tau}{1 - 0.87\tau} T_o$
PID	$\frac{1.35}{a} \left( 1 + \frac{0.18\tau}{1-\tau} \right)$	$\frac{2.5 - 3.0\tau}{1 - 0.39\tau} T_o$	$\frac{0.37 - 0.37\tau}{1 - 0.81\tau} T_o$



$$\frac{k}{T} = \frac{a}{T_o} \rightarrow a = \frac{kT_o}{T}$$

$$\tau = \frac{T_o}{T_o + T}$$

<http://blog.opticontrols.com/archives/383>

\*G.H. Cohen and G.A. Coon,  
Theoretical Consideration of Retarded Control,  
Trans. ASME, 75, pp. 827-834, 1953

Chien, Hrones, Reswick [Pid controllers; Astrom; Tab4.4; Advanced PID, Astrom; str.166; Brzózka/Tab4.3]

Przereg.	0%			20%		
	$K_p$	$T_i$	$T_d$	$k_p$	$T_i$	$T_d$
P	$0.3/a$	X	X	$0.7/a$	X	X
PI	$0.35/a$	$1.2T$	X	$0.6/a$	$T$	X
PID	$0.6/a$	$T$	$0.5T_o$	$0.95/a$	$1.4T$	$0.47T_o$

Przeregulowanie dla skokowej zmiany w zadanej

Zasada:

- doprowadzić układ regulacji do niegasnących oscylacji (np. granica stabilności)
- wyznaczyć parametry niegasnących oscylacji
- zastosować wzory do obliczenia nastaw na podstawie parametrów oscylacji

### ► 2 metoda Zieglera-Nicholsa (metoda cyklu granicznego)

(Ziegler-Nichols frequency response)

- nastaw działanie proporcjonalne
- zwiększaj wzmacnienie, aż odpowiedź na skokowe wymuszenie to oscylacje o stałej amplitudzie
- odczytaj okres oscylacji
- nastawy wg wzorów dla różnych regulatorów

Regulator	$K_p$	$T_i$	$T_d$
<b>P</b>	$0,5K_{pkryt}$		
<b>PI</b>	$0,45K_{pkryt}$	$0,85T_{osc}$	
<b>PID</b>	$0,6K_{pkryt}$	$0,5T_{osc}$	$0,12T_{osc}$

Advanced PID, Astrom; str.161

Dodać estymowaną  $T_{ukł.zamk}$

Dodać wzory PI wg Astroma:

$$0,4K_{pkryt} \quad 0,8T_{osc}$$

Dodać porównanie 1 i 2 ZN

Advanced PID, Astrom; str.165

PID-kaskadowy

Modyfikacja Pessena:  $K_p=0,2K_{pkryt}$ ;  $T_i=0,33T_{osc}$ ;  $T_d=0,5T_{osc}$

[Advanced PID, Astrom; str.163]

Modyfikacja Hanssena-Offereinsa (eliminacja pomiaru  $T_{osc}$ ):

PI:

- ustaw tylko działanie P ( $T_i=\max$ )
- zwiększaj  $k_p$  do granicy stabilności;
- odczytaj  $K_{pkryt} \rightarrow$  ustaw  $K_p=0,45 K_{pkryt}$
- zmniejszaj  $T_i$  do granicy stabilności;
- odczytaj  $T_{ikryt} \rightarrow$  ustaw  $T_i=3T_{ikryt}$

PID:

- dobierz nastawy dla działania PI
- zwiększaj  $T_d$  (do  $T_{dmax}$ ) do maksymalnego tłumienia
- ustaw  $T_d=1/3 T_{dmax}$  oraz  $T_i=4,5 T_{dmax}$
- zmniejszaj  $K_p$  do uzyskania pożądanego tłumienia

(-) Bardziej złożony eksperyment i konieczność wprowadzenia układu w stan oscylacji (granica stabilności)

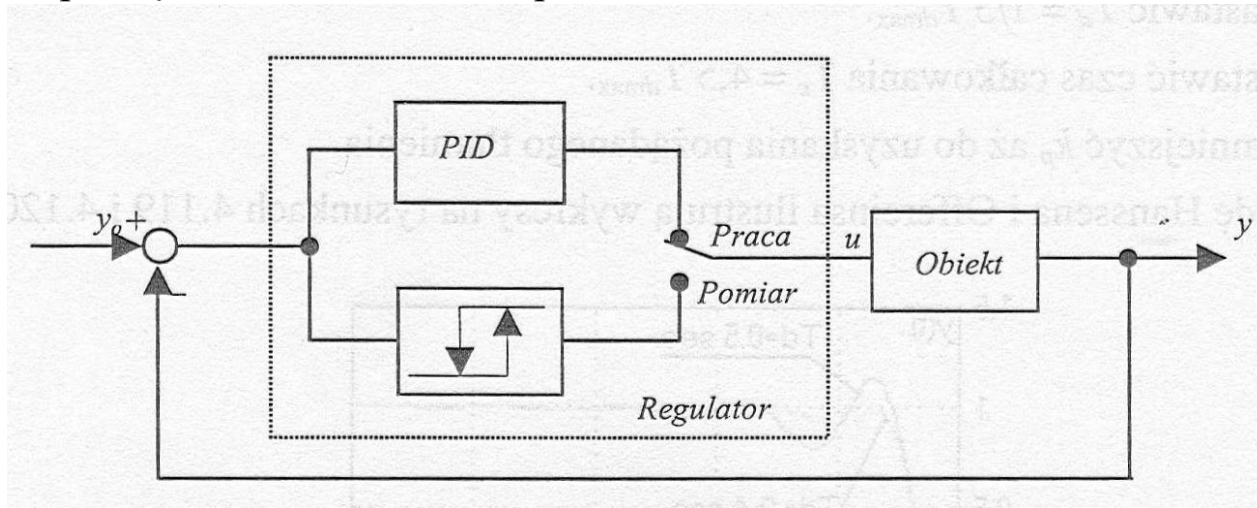
Na obiekcie przemysłowym na ogół nie jest możliwe

(+) Bez rozwierania pętli regulacji

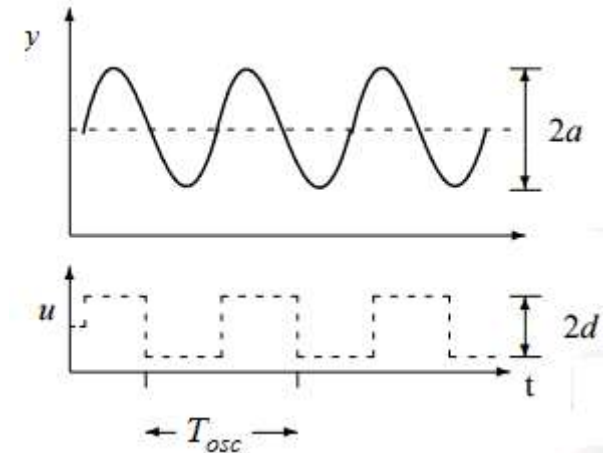


## ► 2 metoda Zieglera-Nicholsa – modyfikacja Äströma-Hägglunda

- przełącz na sterowanie dwupołożeniowe



[PID controllers; Astrom; Rys.6.4]



- wyznacz amplitudę i okres oscylacji:  $K_{osc} = 4d / (\pi a)$ ,  $T_{osc}$
- nastawy PID ZN na podstawie oscylacji i okresu wg [1] wg [2]

$$y: A_y \quad (a)$$

$$u: 4A_u / \pi \quad (d)$$

$$K_p = 0.35 K_{osc}$$

$$T_i = 0.77 T_{osc}$$

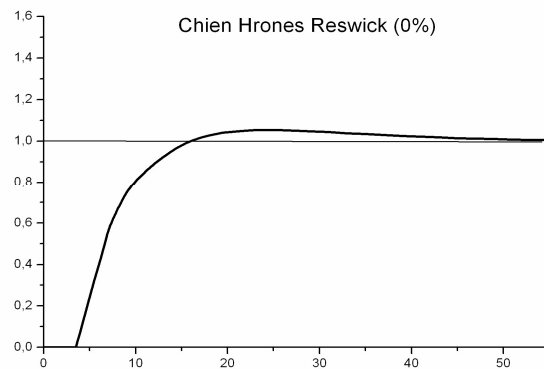
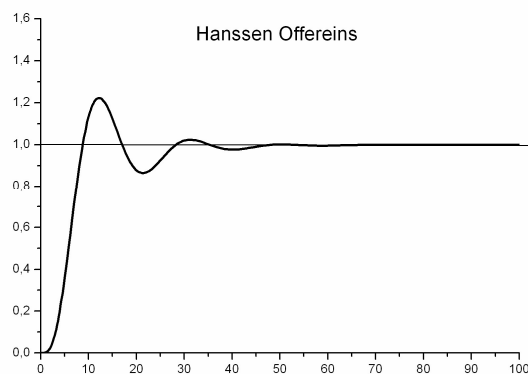
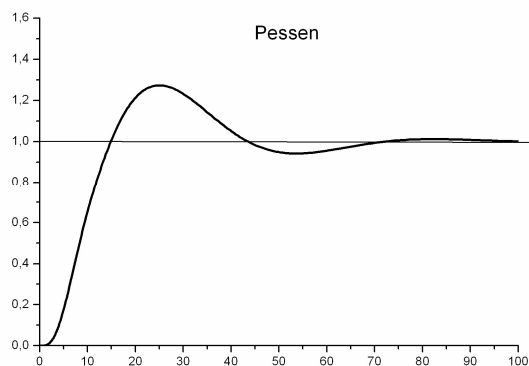
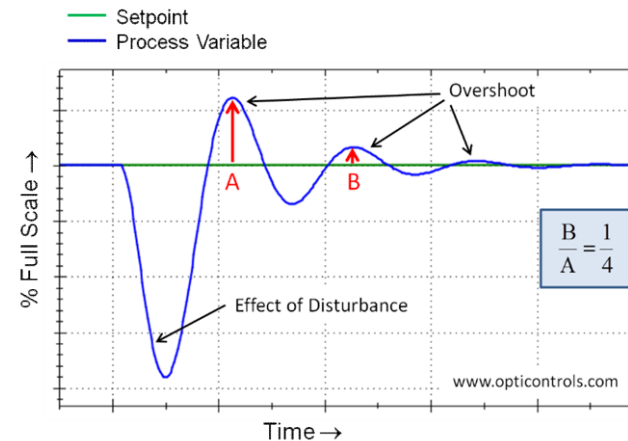
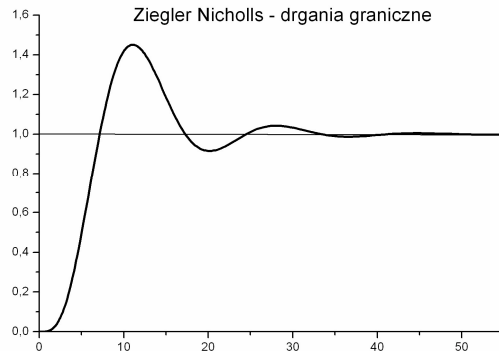
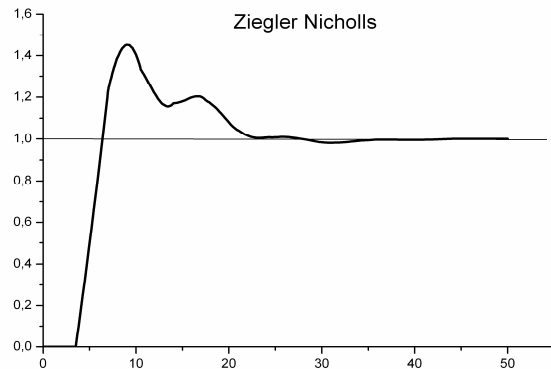
$$T_d = 0.19 T_{osc}$$

	$K_p$	$T_i$	$T_d$
oryginalne	$0.6K_{osc}$	$T_{osc}/2$	$T_{osc}/8$
małe przeregulowanie	$0.33K_{osc}$	$T_{osc}/2$	$T_{osc}/3$
bez przeregulowania	$0.2K_{osc}$	$T_{osc}/2$	$T_{osc}/3$

Karl Äström, Tore Hägglund, 1984, Institute of Technology Lund (Szwecja)

+ bez rozwierania pętli

/+ konieczność wprowadzania układu w stan oscylacji, ale łatwiejsze niż w metodzie pierwotnej



Odchylenie od wartości zadanej jest mniejsze przy każdym kolejnym cyklu w stosunku 4: 1

**QAD** - Quarter-amplitude damping, (quarter amplitude decay)

**QDR** - Quarter-Decay Ratio

Zmniejszenie „skłonności” do oscylacji:

- problem w układach wieloobwodowych
- zastosowanie mniejszego wzmocnienia, np.  $K_p/2$

# SISO Design (obiekt LTI) – około ver2015

*sisotool(objekt\_lti)*

Control System Designer - Bode Editor for LoopTransfer\_C

CONTROL SYSTEM | BODE EDITOR | VIEW

Open Session | Save Session | Edit Architecture | Multimodel Configuration | **Tuning Methods** | New Plot | Store | Retrieve | Compare

FILE | ARCHITECTURE | AUTOMATED TUNING

- PID** PID Tuning  
Tune PID compensator using robust response time or classical methods
- $\int z^T Q z dt$  LQG Synthesis  
Obtain feedback compensator using Linear-Quadratic-Gaussian design
- IMC** Internal Model Control (IMC) Tuning  
Obtain feedback compensator using IMC design

**PID Tuning**

Compensator

$C = 1 \times \frac{(1+s)}{s}$

Select Loop to Tune

LoopTransfer\_C

Add new loop ...

Specifications

Tuning method: Robust response time

Controller Type:  P  I  PI  PD  PID

Design with first order derivative filter

Design mode: Time

Response Time (seconds): 1.123

Transient Behavior: 0.6

Slower | Faster | Aggressive | Robust

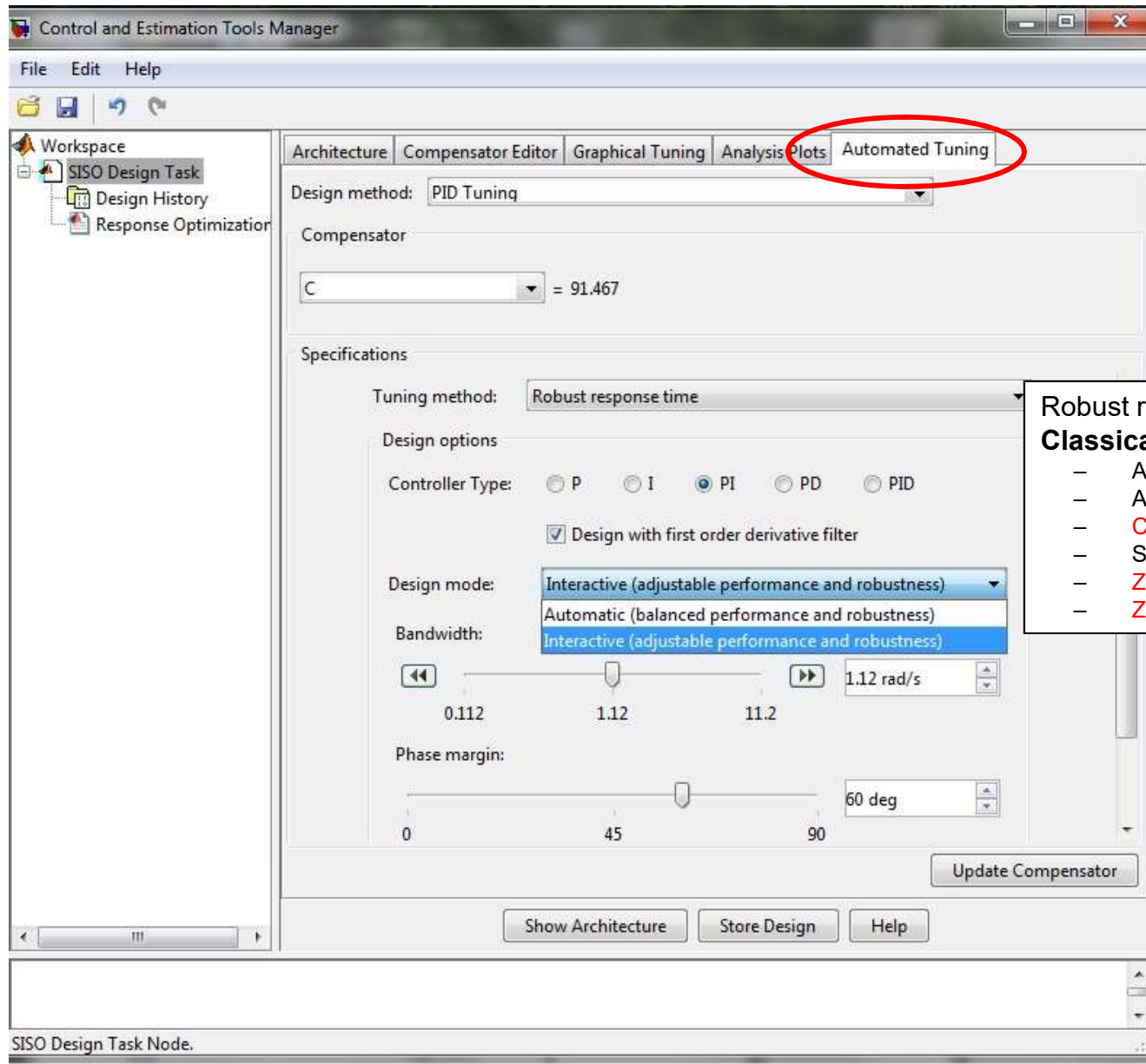
Robust response time

### Classical Design Formulas:

- Approximate MIGO frequency response
- Approximate MIGO step response
- Chien-Hrones-Reswick
- Skogestad IMC
- Ziegler-Nichols frequency response
- Ziegler-Nichols step response

# SISO Design (obiekt LTI) – około ver2010

*sisotool(objekt\_lti)*



Robust response time

## Classical Design Formulas:

- Approximate MIGO frequency response
- Approximate MIGO step response
- Chien-Hrones-Reswick
- Skogestad IMC
- Ziegler-Nichols frequency response
- Ziegler-Nichols step response

## M.zaawansowane – na podstawie położenia biegunów

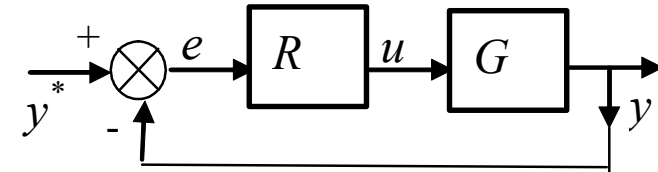
Idea: zapewnić określone położenie (lokalizację) biegunów zamkniętego układu regulacji

Zasady:

- przeliczyć cel (wskaźnik) regulacji na położenie (lokalizację) biegunów układu zamkniętego
- wyznaczyć prosty model obiektu i założyć określony regulator (PI, PID)
- wyznaczyć równanie charakterystyczne transmitancji układu zamkniętego

$$M_o + L_o = 0 \qquad G_z = \frac{G_o}{1 + G_o} = \frac{L_o}{M_o + L_o} \qquad , G_o = RG = \frac{L_R L_G}{M_R M_G}$$

- dobrać parametry regulatora tak by uzyskać określone bieguny układu zamkniętego



Dowolny regulator, dowolny model

Dla PI / PID - proste (uproszczone) modele

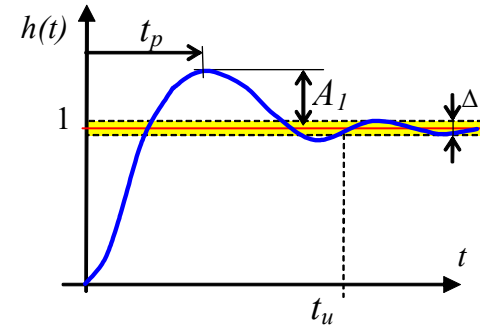
# M.zaawansowne – na podstawie położenia biegunów

Przeliczenie bezpośrednich wskaźników jakości na położenie biegunów

$$\ddot{x}(t) + 2\xi\omega_n \dot{x}(t) + \omega_n^2 x(t) = \omega_n^2 u(t)$$

$$h(t) = 1 - e^{-\sigma t} \left( \cos \omega_r t + \frac{\sigma}{\omega_r} \sin \omega_r t \right)$$

$$s_{1,2} = -\sigma \pm j\omega_r$$



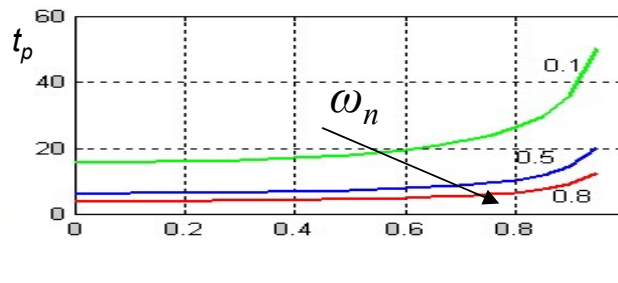
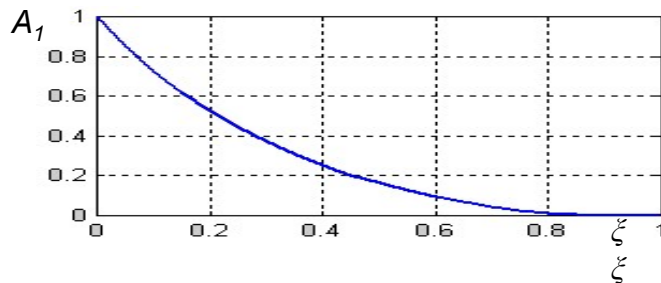
Przeregulowanie  $A_1 \rightarrow \dot{h}(t) = 0$

$$\dot{h}(t) = e^{-\sigma t} \left( \frac{\sigma^2}{\omega_r} \sin \omega_r t + \omega_r \cos \omega_r t \right) = 0$$

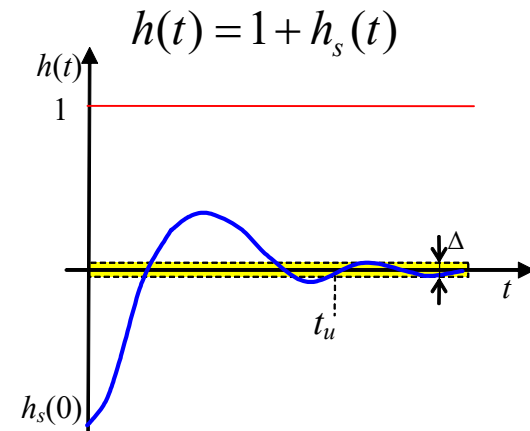
$$\sin(\omega_r t) = 0 \rightarrow \omega_r t_p = \pi \rightarrow t_p = \frac{\pi}{\omega_r} = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1 - \xi^2}}$$

$$x(t_p) = 1 - e^{-\sigma \pi / \omega_r} \left( \cos \pi + \frac{\sigma}{\omega_r} \sin \pi \right) \rightarrow x(t_p) = 1 + e^{-\sigma \pi / \omega_r} = 1 + A_1$$

$$A_1 = e^{-\sigma \pi / \omega_r} = e^{\xi \pi / \sqrt{1 - \xi^2}}$$



Czas ustalania  $t_u$



$$h_s(t_u) = \varepsilon \cdot h_s(0)$$

$$Ae^{-\sigma t_u} = \varepsilon A$$

$$t_u = \frac{\ln \varepsilon}{\alpha}$$

– dla  $\varepsilon = 2\% \rightarrow \ln \varepsilon = -3.912 \dots \approx 4$

– dla  $\varepsilon = 1\% \rightarrow \ln \varepsilon = -4.6052 \dots \approx 4.6$

# M.zaawansowne – na podstawie położenia biegunów

## Przeliczenie bezpośrednich wskaźników jakości na położenie biegunów

Zadane  
wskaźniki:  
 $A_1, t_r, t_u$



$$\xi \geq \xi(A_1)$$

$$\omega_r \geq \frac{1.8}{t_r}$$

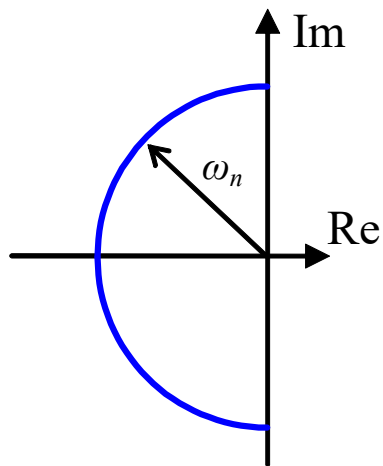
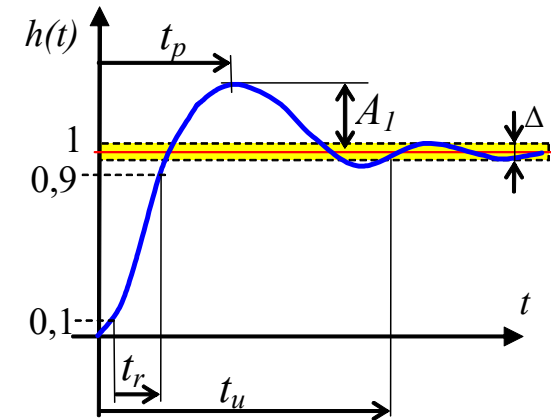
$$\sigma \geq \frac{4.6}{t_u}$$

Orientacyjnie (z wykresu  $A_1=f(\xi)$ )

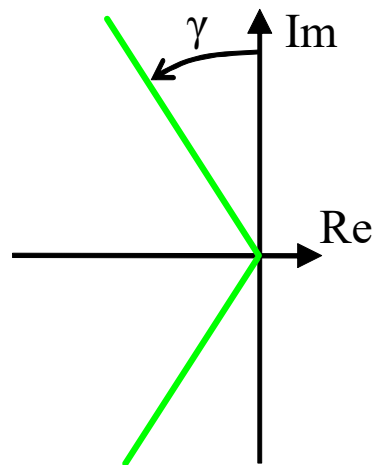
$A_1 = 5\% \rightarrow \xi = 0.7$

$A_1 = 15\% \rightarrow \xi = 0.5$

$A_1 = 35\% \rightarrow \xi = 0.3$

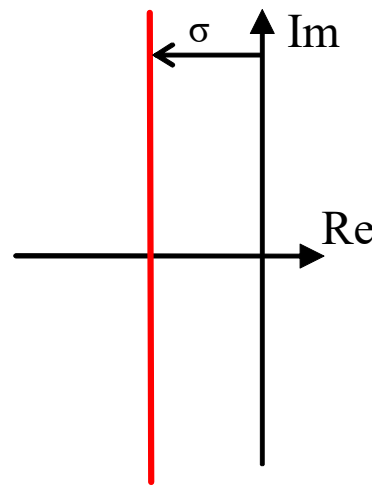


$$\omega_r \geq \frac{1.8}{t_r}$$

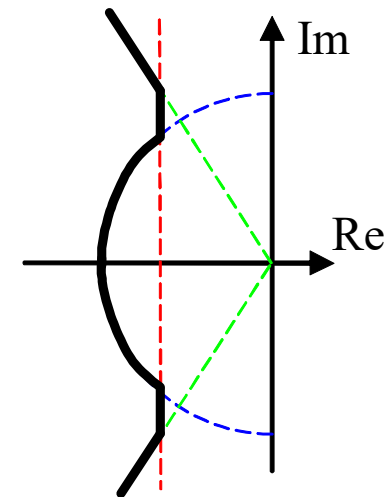


$$\xi \geq \xi(A_1)$$

$$\sin \gamma = \xi$$



$$\sigma \geq \frac{4.6}{t_u}$$



$$A_1, t_r, t_u$$

[http://anna.czemplik.staff.iiar.pwr.wroc.pl/images/Danaliza/w02\\_CzOscylacyjny.pdf](http://anna.czemplik.staff.iiar.pwr.wroc.pl/images/Danaliza/w02_CzOscylacyjny.pdf)

► Np. metoda linii pierwiastkowych (Matlab: Root Locus)

► Lambda Tuning (metoda lokalizacji biegunów Dahlina)

Model obiektu postaci:  $G = \frac{ke^{-sT_0}}{Ts+1}$       Zakładany model UR:  $G_z = \frac{e^{-sT_0}}{T_zs+1}$

$$G_z = \frac{RG}{1+RG} \rightarrow R = \frac{1}{G} \frac{G_z}{1-G_z} \rightarrow R = \frac{Tz+1}{ke^{-sT_0}} \frac{e^{-sT_0}}{T_zs+1-e^{-sT_0}} = \frac{1}{k} \frac{Tz+1}{T_zs+1-e^{-sT_0}}$$

$$e^{-sT_0} \approx 1-T_0s \rightarrow R = \frac{1}{k} \frac{Tz+1}{T_zs+1-(1-T_0s)} = \frac{1}{k} \frac{Tz+1}{T_zs+T_0s} = \frac{T}{k(T_z+T_0)} \frac{s+1/T}{s} = \frac{T}{k(T_z+T_0)} \left(1 + \frac{1}{Ts}\right)$$

**PI:**  $K_p = \frac{T}{k(T_z+T_0)}$  ,  $T_i = T$

Model obiektu postaci:  $G = \frac{ke^{-sT_0}}{(T_1s+1)(T_2s+1)}$       Zakładany model UR:  $G_z = \frac{e^{-sT_0}}{T_zs+1}$

$$R = \frac{1}{G} \frac{G_z}{1-G_z} \rightarrow R = \frac{(T_1s+1)(T_2s+1)}{ke^{-sT_0}} \frac{e^{-sT_0}}{T_zs+1-e^{-sT_0}} = \frac{1}{k} \frac{(T_1s+1)(T_2s+1)}{T_zs+1-e^{-sT_0}}$$

$$e^{-sT_0} \approx 1-T_0s \rightarrow R = \frac{(T_1s+1)(T_2s+1)}{k(T_zs+T_zs)} = \frac{T_1T_2}{k(T_z+T_z)} \frac{(s+1/T_1)(T_2s+1)}{s} \rightarrow R = K'_p \left(1 + \frac{1}{sT'_i}\right) (1 + sT'_d)$$

**PID:**  $K_p = \frac{T_1}{k(T_z+T_0)}$  ,  $T_i = T_1$  ,  $T_d = T_2$



► Lambda Tuning (metoda lokalizacji biegunów Dahlina)

Model obiektu postaci:  $G = \frac{ke^{-sT_0}}{Ts + 1}$

**PI:**  $R = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s}\right) = K_p \frac{1 + T_i s}{T_i s}$

Założenia dla PI:  $T_i = T, e^{-sT_0} \approx 1 - sT_0$

---


$$G_o = K_p \frac{1 + sT_i}{sT_i} \frac{k}{1 + sT} e^{-sT_0} \approx K_p \frac{k(1 - sT_0)}{sT}$$

$$K_p k(1 - sT_0) + sT = s(T - K_p kT_0) + K_p k = 0$$

**Wymagana stała czasowa UR:**  $T_z = \lambda$

$$\frac{-1}{T_z} = \frac{-K_p k}{T - K_p kT_0}$$

$$K_p = \frac{T}{k(T_z + T_0)}, T_i = T$$

( $T_i = T$  – porównaj nastawy CHR 20%)

**PID:**  $R = K'_p \left(1 + \frac{1}{sT'_i}\right) (1 + sT'_d)$

Założenia dla PI:  $T'_i = T, T'_d = T_0/2, e^{-sT_0} \approx \frac{1 - sT_0/2}{1 + sT_0/2}$

---


$$G_o \approx K'_p k \frac{1 - sT_0/2}{sT}$$

$$s(T - K'_p kT_0/2) + K'_p k = 0$$

**Wymagana stała czasowa UR:**  $T_z = \lambda$

$$K'_p = \frac{T}{k(T_z + T_0/2)}, T'_i = T, T'_d = T_0/2$$

**PID ISA:**

$$K_p = \frac{T + T_0/2}{k(T_z + T_0/2)} \quad T_i = T + T_0/2 \quad T_d = \frac{TT_0}{2T + T_0}$$

**Idea:** przyrównać transmitancję zamkniętego układu regulacji do „typowej” transmitancji o zadanych parametrach

**Zasady:**

- wyznaczyć transmitancję układu regulacji (na podstawie modelu obiektu i regulatora)
- założyć prosty model docelowej transmitancji układu zamkniętego
  - „typowe” transmitancje o przebadanych własnościach
  - określić docelowe wartości parametrów
- rozwiązać, np.:
  - wyznaczyć transmitancję regulatora i jego parametry
  - lub ułożyć układ równań do wyznaczenia parametrów regulatora

Przykłady typowych transmitancji (przebadane własności):

$$G_{02} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

$$G_{03} = \frac{a\omega_n^3}{(s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2)(s + a\omega_n)}$$

$$G_{12} = \frac{\omega_n(s + b\omega_n)}{b(s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2)}$$

$$G_{13} = \frac{a\omega_n^2(s + b\omega_n)}{b(s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2)(s + a\omega_n)}$$

$$G_z = \frac{1}{1 + T_z s} e^{sT_0}$$

$$h(t) = 1 - Ae^{\alpha t} \sin(\omega_r t + \varphi)$$

$$s_{1,2} = \alpha \pm j\omega_r = -\sigma \pm j\omega_r$$

$$\alpha = -\xi\omega_n \quad | \quad \sigma = \xi\omega_n$$

$$\omega_r = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2}$$

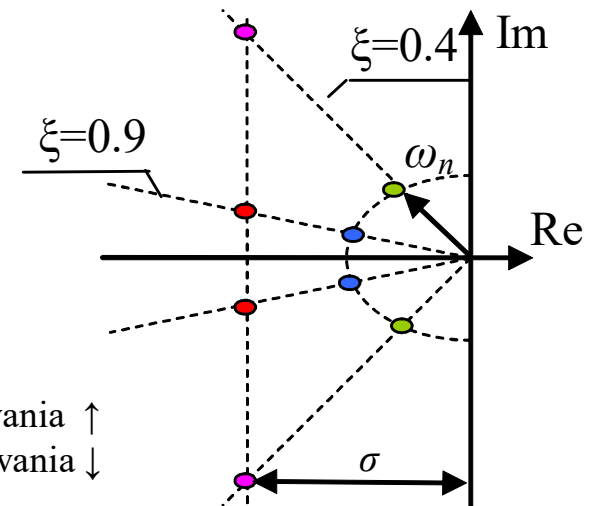
$\omega_n$  - szybkość odpowiedzi

$\xi = 0,5 \div 1$

duże znaczenie  $a$  i  $b$  dla  $< 1$

$a \uparrow$  - szybkość  $\downarrow$ , przeregulowania  $\uparrow$

$b \uparrow$  - szybkość  $\uparrow$ , przeregulowania  $\downarrow$



Uzupełnić

► IMC -> Skogestad IMC (SIMple Control)

Transmitancja układu zamkniętego:

$$G_z = \frac{RG}{1 + RG}$$

stąd:  $R = \frac{1}{G} \frac{G_z}{1 - G_z}$

$$R = \frac{1}{G} \frac{\frac{1}{1 + T_z s} e^{sT_0}}{1 - \frac{1}{1 + T_z s} e^{sT_0}} = \frac{1}{G} \frac{e^{sT_0}}{1 + T_z s - e^{sT_0}}$$

Docelowa transmitancja układu zamkniętego:

$$G_z = \frac{1}{1 + T_z s} e^{sT_0}$$

z zadanymi parametrami UR:

- $T_z$  – zadana wartość stałej czasowej UR
- $T_0$  – opóźnienie takie jak obiektu

Po podstawieniu modelu obiektu, np.:  $G = \frac{k}{Ts + 1} e^{-sT_0}$

$$R = \frac{1}{\frac{k}{1 + Ts} e^{sT_0}} \frac{e^{sT_0}}{1 + T_z s - e^{sT_0}} = \frac{1 + Ts}{k(1 + T_z s - e^{sT_0})}$$

$$e^{-sT_0} \approx 1 - sT_0$$

$$R = \frac{T}{k(T_z + T_0)} \left( 1 + \frac{1}{Ts} \right)$$

**PI:  $T_i = T$**

Aplikacja regulacji IMC na PID (→ Układy regulacji z modelem)

Dobór stałej  $T_z$  ze względu na szybkość UR na zmianę SP (wpływ na wymagania dla wielkości sterującej):

- agresywny  $0.1 T < T_z < 0.8 T_0$
- średni  $T < T_z < 8 T_0$
- „konserwatywny”  $10 T < T_z < 80 T_0$

Gdy  $T \gg T_0$  to wolna reakcja ma zakłócenia → Modyfikacje Skogestada:

$$T_i = \min[ T, 4(T_z + T_0) ]$$

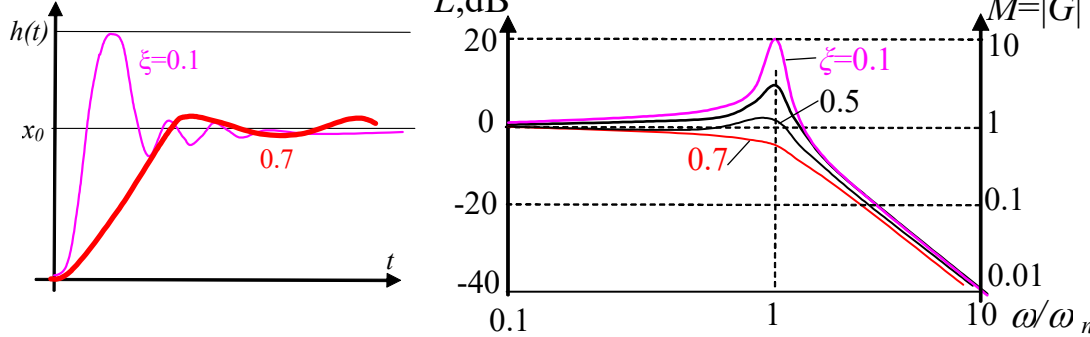
$$T_z = T_0$$

[Sigurd Skogestad, prof. inżynierii chemicznej, Norwegian University of Science and Technology (NTNU)]

Dobór nastaw regulatorów metodą SIMC, Vítečková, Víteček, Jaracz (pdf)

[https://intranet.ceautomatica.es/sites/default/files/upload/13/files/XVSimpIC17\\_SSkogestad1\\_NTNU.pdf](https://intranet.ceautomatica.es/sites/default/files/upload/13/files/XVSimpIC17_SSkogestad1_NTNU.pdf)

## Idea:

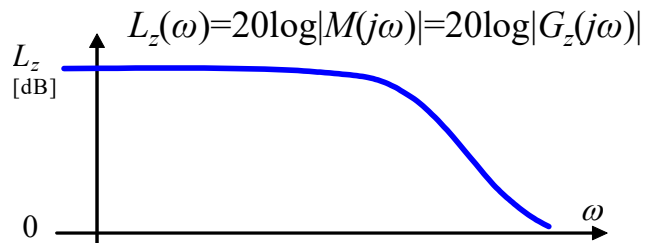


### ► Kryterium optymalnego modułu

Modulus Optimum (BO – Betrags Optimum)

### ► Kryterium optimum symetrycznego

Symmetrical Optimum (SO – Symmetrische Optimum)



Dla obiektów z całkowaniem

Kryterium optymalnego modułu:

- dla niskich częstotliwości wzmocnienie bliskie 1
- jak najszersze pasmo przenoszenia sygnału użytecznego
- bez szczytu rezonansowego, możliwie wolno maleje

Kryterium optimum symetrycznego:

- ch-ka symetryczna wokół pewnej częstotliwości  $\omega_0$

Efekty:

- wierne odtwarzanie sygnału sterującego
- małe czasy regulacji
- niewielkie przeregulowania

Warunki symetrii:

$$G_z(0) = 1 \wedge \left( \frac{d^{2n} |G_z(\omega)|}{d\omega^{2n}} \right)_{\omega=0} = 0$$

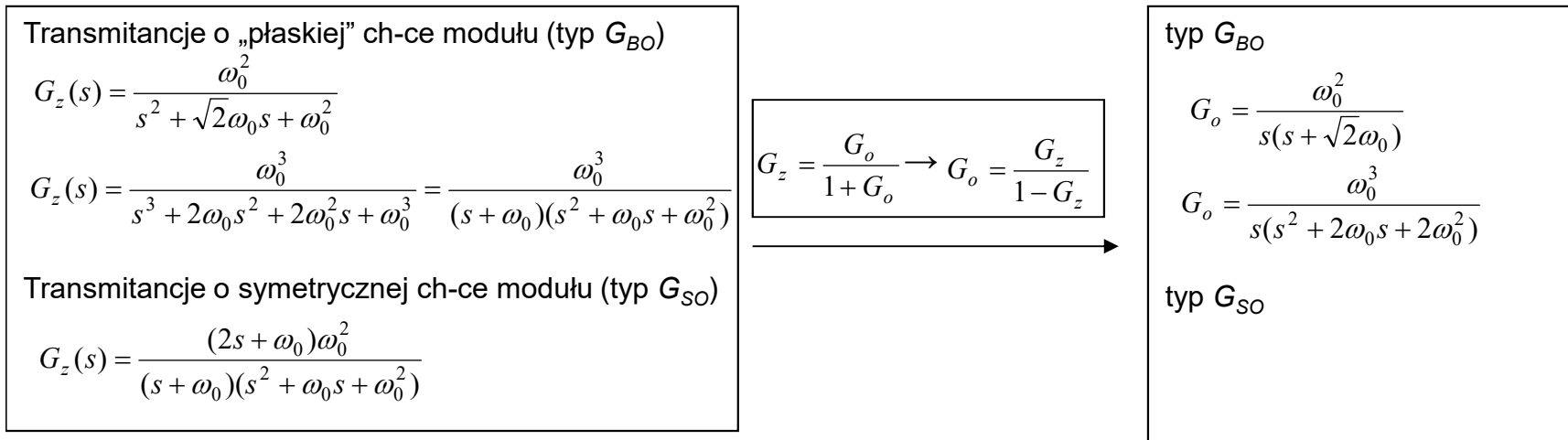
$$G_z(s) G_z(1/s) = 1 \quad \wedge \quad G_z(s) + G_z(1/s) = 1$$

► Kryterium optymalnego modułu

► Kryterium optimum symetrycznego

Metody zastosowania (1):

1. Na podstawie modelu obiektu i regulatora wyznaczyć  $G_z$  z parametrami (nastawami regulatora)
2. Zbadać  $|G_z(j\omega)|$  i wyznaczyć nastawy, które zapewniają optymalny moduł / symetryczne optimum



Metody zastosowania (2):

1. Przedstawić model obiektu w jednej z postaci:

$$G_1 = \frac{k}{(Ts + 1)} \quad G_2 = \frac{k}{(T_1s + 1)(T_2s + 1)} \quad G_3 = \frac{k}{(T_1s + 1)(T_2s + 1)(T_3s + 1)} \quad G_4 = \frac{k}{s(Ts + 1)} \quad G_5 = \frac{k}{s(T_1s + 1)(T_2s + 1)}$$

2. Na podstawie modelu obiektu i regulatora wyznaczyć transmitancję  $G_o$  z parametrami (nastawami regulatora)
3. Znaleźć podobną transmitancję typu  $G_{BO}$  lub  $G_{SO}$  i wyznaczyć parametry regulatora

## M.zawansowane – metody optymalizacyjne (analityczne)

### Zasady:

- dla danego modelu (postaci modelu) obiektu, założyć postać (strukturę) regulatora z kilkoma parametrami (nastawami)
- sformułować wymagania w postaci funkcji zależnych od nastaw
- najważniejsze wymaganie wybrać jako funkcję celu dla optymalizacji
- znaleźć minimum funkcji celu (dla jakich nastaw)

### Uwagi:

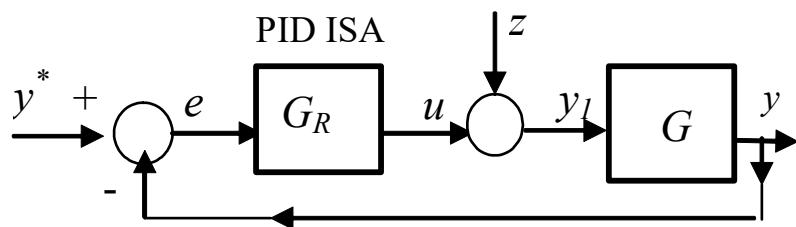
- należy zachować ostrożność przy formułowaniu kryteriów i ograniczeń (np. kryterium będzie optymalne, ale regulator nieodpowiedni – nie spełnia ograniczeń),
- funkcja celu może mieć wiele lokalnych optimumów
- duży nakład obliczeniowy i problemy numeryczne

### Zalecenia:

- ważne jest żeby dobrze sformułować problem i wprowadzić odpowiednie ograniczenia
- dla PID szczególnie ważne jest wprowadzenie odporności (robustness)

Przykład: Mapa nastaw (tuning map) [Advanced PID/Astrom/Tab.6.7] ilustruje, że trzeba uwzględnić różne aspekty problemu - nie tylko optymalizowane kryterium, ale też wrażliwość, odporność

► Optymalizacja wg ET Automatyka



Opis układu:

$$G_R = K_p$$

$$G_R = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s}\right)$$

$$G_R = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s\right)$$

$$G = \frac{ke^{-T_0 s}}{Ts + 1}$$

$$G = \frac{ke^{-T_0 s}}{s(Ts + 1)}$$

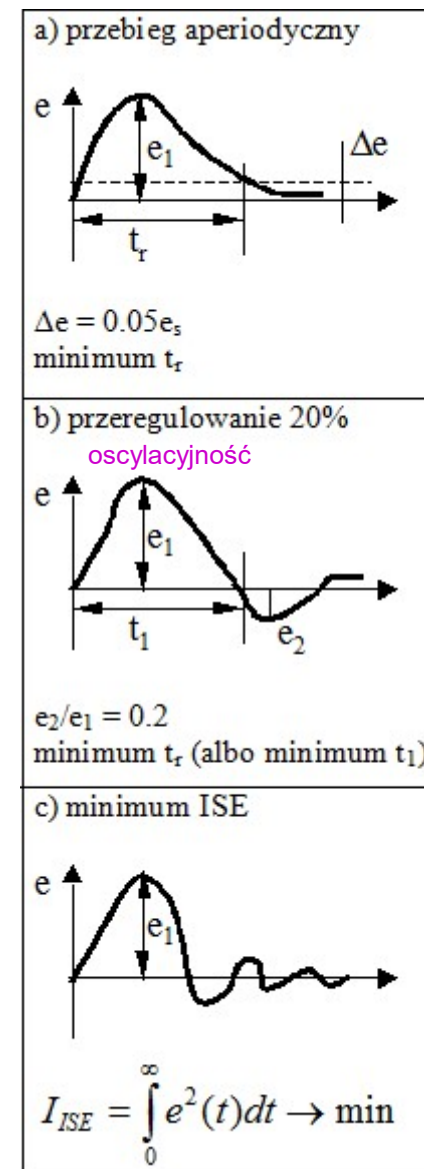
(z identyfikacji lub po uproszczeniu)

Optymalizowany wskaźnik jakości regulacji:

- a) minimalny czas regulacji ( $t_r$ ) i aperiodyczny przebieg błędu  $e(t)$
- b) minimalny czas regulacji ( $t_r$ ) i oscylacyjność ograniczona do 20%
- c) minimalny wskaźnik całkowy  $I_{ISE}$

Rezultat optymalizacji:

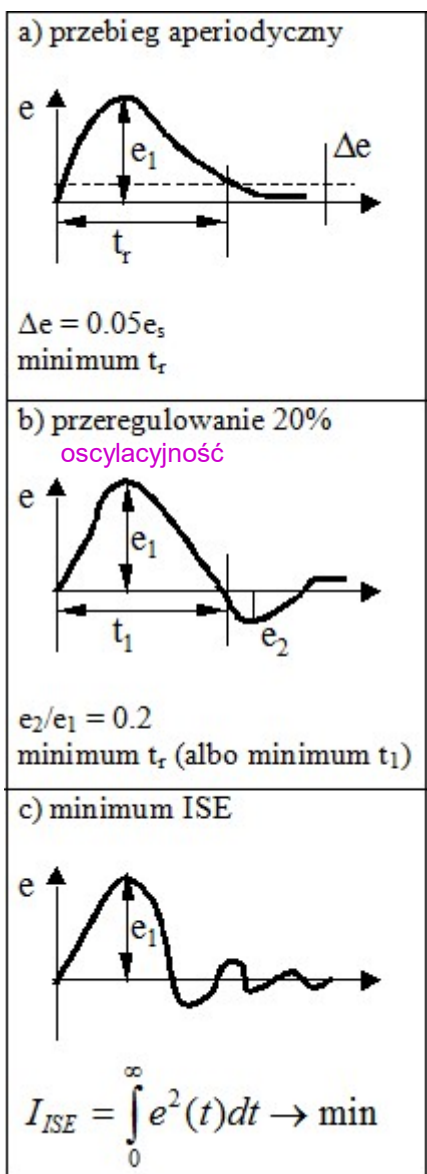
- wzory na nastawy regulatora
- wzory na wartości wskaźników jakości



Przykład realizacji – Halawa/r.9.2

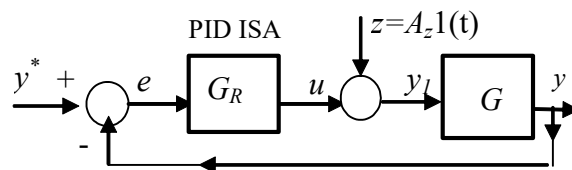
► Optymalizacja wg ET Automatyka

$$G = \frac{ke^{-T_0s}}{Ts + 1}$$



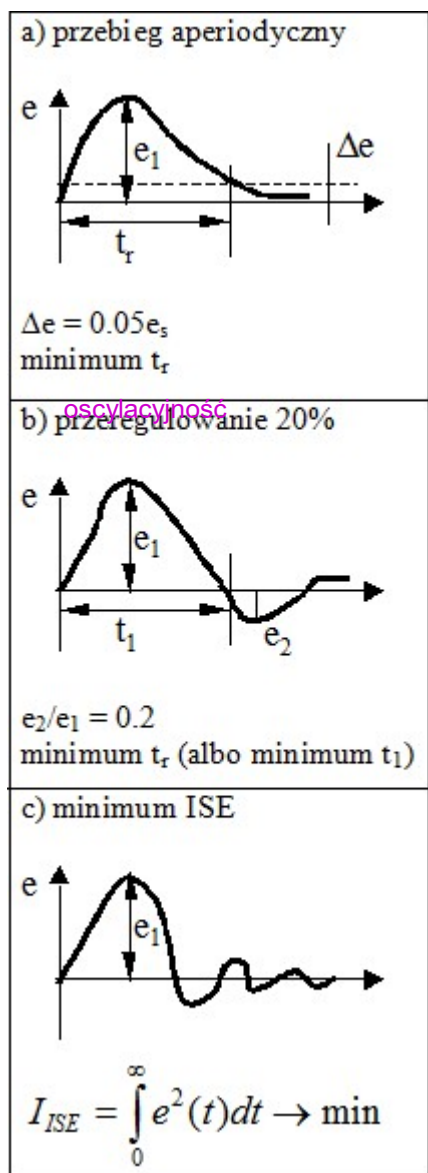
Kr.	R	Optymalne nastawy			Wskaźnik jakości			
		$K_R$	$T_i$	$T_d$	$\frac{t_r}{T_0}$	$\frac{e_1}{kA_z}$	$\frac{e_u}{kA_z}$	$\frac{I_{ISEmin}}{T_0 kA_z}$
a	P	$\frac{0.3}{kT_0/T}$	-		4.5	$\frac{T_0/T}{0.3+T_0/T}$	$\frac{T_0/T}{0.3+T_0/T}$	-
	PI	$\frac{0.6}{kT_0/T}$	$0.8T_0 + 0.5T$		8	$0.1+T_0/T$	0	-
	PID	$\frac{0.95}{kT_0/T}$	$2.4T_0$	$0.4T_0$	5.5	$0.06+0.84T_0/T$	0	-
b ( $t_r$ )	P	$\frac{0.7}{kT_0/T}$	-		6.5	$\frac{1.2T_0/T}{0.7+T_0/T}$	$\frac{T_0/T}{0.7+T_0/T}$	-
	PI	$\frac{0.7}{kT_0/T}$	$T_0 + 0.3T$		12	$0.05+0.95T_0/T$	0	-
	PID	$\frac{1.2}{kT_0/T}$	$2.0T_0$	$0.4T_0$	7	$0.05+0.78T_0/T$	0	-
c	P	-	-		-	-	-	-
	PI	$\frac{1.0}{kT_0/T}$	$T_0 + 0.35T$		16	$0.03+0.9T_0/T$	-	$0.03+0.5T_0/T$
	PID	$\frac{1.4}{kT_0/T}$	$1.3T_0$	$0.5T_0$	10	$0.05+0.7T_0/T$	-	$0.07+0.22T_0/T$

Uwaga: Wyznaczone przy skokowym zakłóceniu z





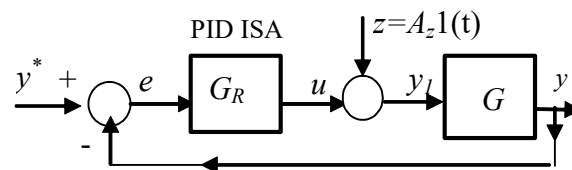
► Optymalizacja wg ET Automatyka

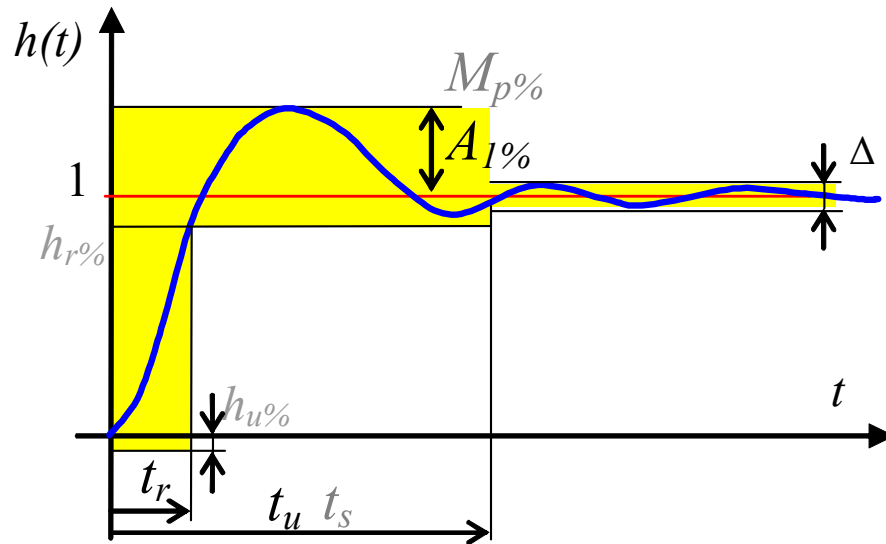


$$G = \frac{ke^{-T_0s}}{s(Ts + 1)}$$

Kr.	R	Optymalne nastawy			Wskaźnik jakości			
		$K_p$	$T_i$	$T_d$	$\frac{t_r}{T_0}$	$\frac{e_1 T}{kA_z T_0}$	$\frac{e_u}{kA_z}$	$\frac{I_{ISEmin}}{T_0 kA_z}$
a	P	$\frac{0.37}{T_0/T}$	-		5.5	2.7	$\frac{1}{K_p}$	-
	PI	$\frac{0.46}{T_0/T}$	$5.75T_0$		13.2	1.9	0	-
	PID	$\frac{0.65}{T_0/T}$	$5T_0$	$0.23T_0$	9.8	1.38	0	-
b ( $t_r$ )	P	$\frac{0.7}{T_0/T}$	-		7.5	1.43	$\frac{1}{K_p}$	-
	PI	$\frac{0.7}{T_0/T}$	$3T_0$		15	1.62	0	-
	PID	$\frac{1.1}{T_0/T}$	$2T_0$	$0.37T_0$	12	1.12	0	-
c	P	-	-		-	-	-	-
	PI	$\frac{1}{T_0/T}$	$4.3T_0$		18	1.44	-	-
	PID	$\frac{1.36}{kT_0/T}$	$1.6T_0$	$0.5T_0$	15	1.03	-	-

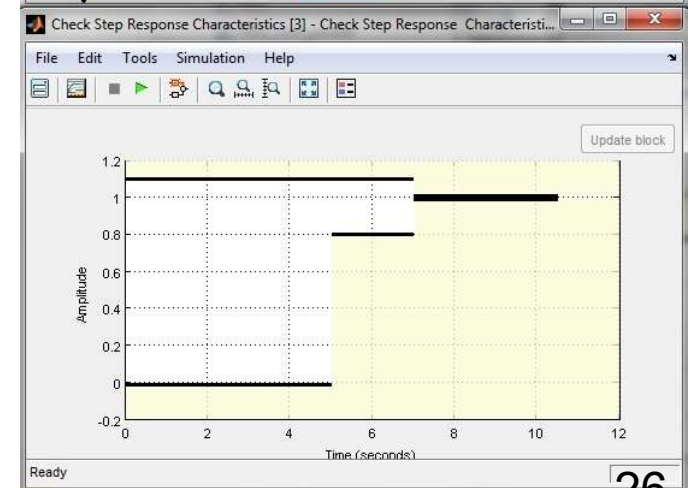
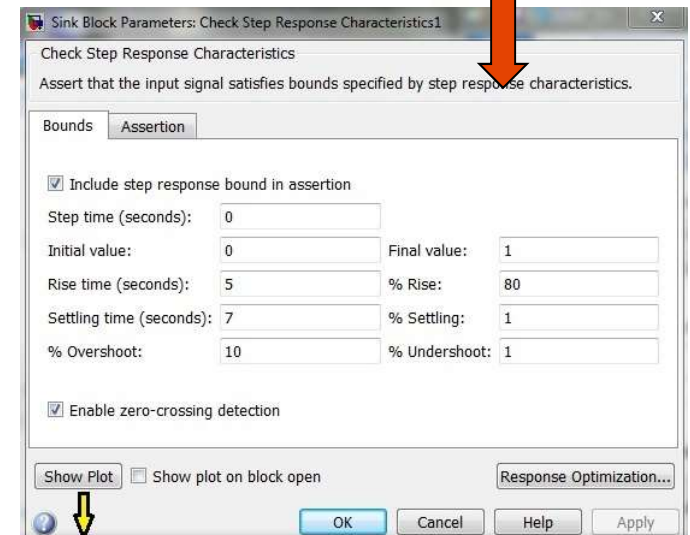
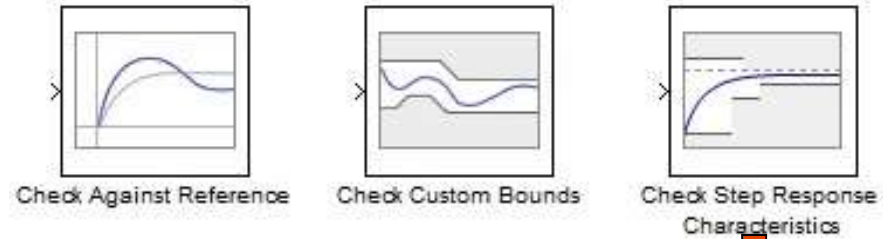
Uwaga: Wyznaczone przy skokowym zakłóceniu z





- Settling time  $t_s=3$
- Percent settling  $\Delta=1$
- Percent overshoot  $M_p\%=20$
- Rise time  $t_r=1$
- Percent rise  $h_r\%=90$
- Percent undershoot  $h_u\%=1$

Simulink Optimization Design



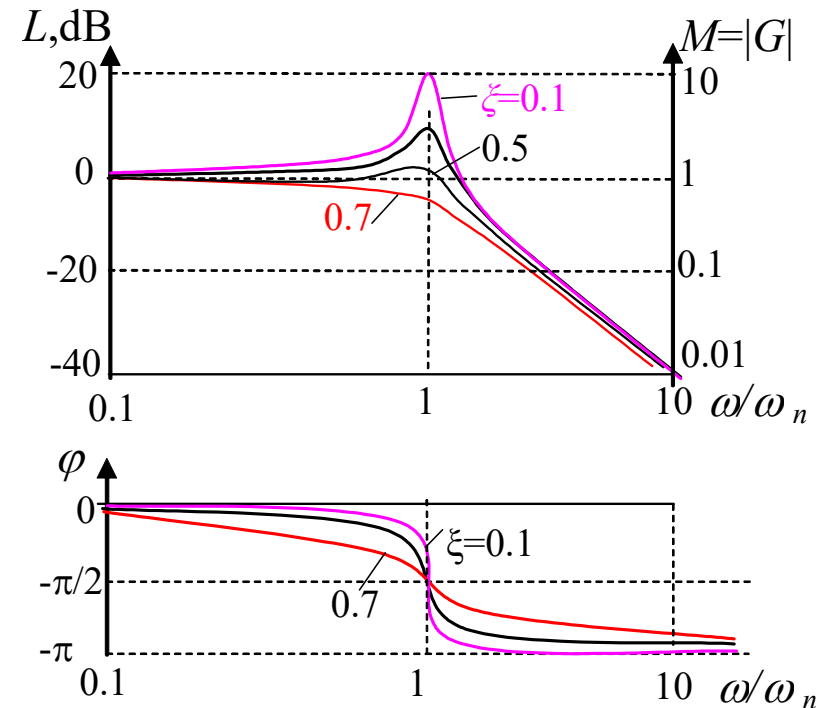
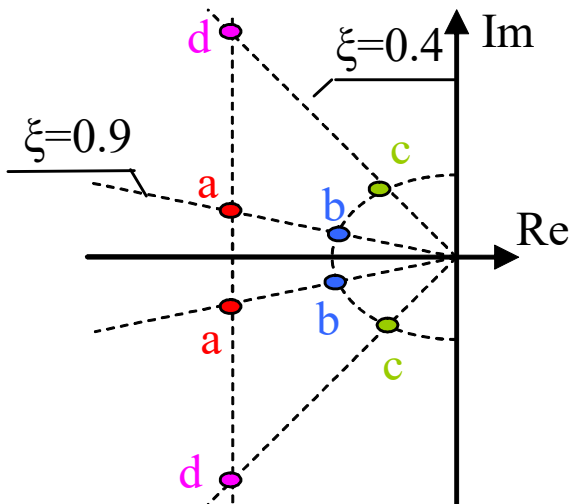
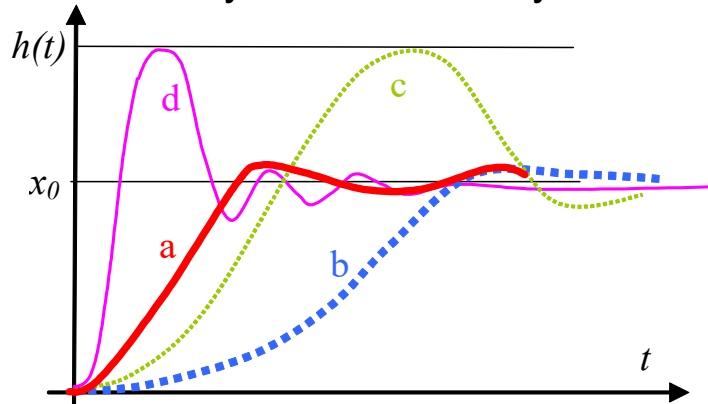
Matlab: Simulink + Optimization + Simulink Optimization Design

Simulink Design Optimization / Desired Step Response  
 Simulink Response Optimization / Signal Constrained Block  
 Nonlinear Control Design / NCD Output [Halawa/r.9.6]

# Graphical tuning

Podstawa:

- związki pomiędzy poszczególnymi charakterystykami układu otwartego i zamkniętego
- możliwość wyznaczenia różnych wskaźników jakości regulacji na różnych wykresach



$$\ddot{x}(t) + 2\xi \omega_n \dot{x}(t) + \omega_n^2 x(t) = \omega_n^2 u(t)$$

Zasada:

- Zmienić wybrany wskaźnik jakości przesuając charakterystyczne punkty odpowiedniego wykresu
- Program wyznaczy:
  - nastawy odpowiadające zmienionej charakterystyce
  - pozostałe charakterystyki dla nowych nastaw

# SISO Design (obiekt LTI) – około ver2015

*sisotool(objekt\_lti)*

CONTROL SYSTEM **BODE EDITOR** VIEW

Open Session Save Session Edit Architecture Multimodel Configuration Tuning Methods New Plot Store Retrieve Compare Export Preferences

FILE ARCHITECTURE

Data Browser

▼ Controllers and Fixed Blocks

F  
C  
G  
H

▼ Designs

▼ Responses

LoopTransfer\_C  
IOTransfer\_r2y  
IOTransfer\_r2u  
IOTransfer\_du2y  
IOTransfer\_dy2y

▼ Preview

**GRAPHICAL TUNING**

**Bode Editor**  
Edit feedback loop using Bode plot

**Closed-Loop Bode Editor**  
Edit closed loop using Bode plot

**Root Locus Editor**  
Edit compensators using root locus plot

**Nichols Editor**  
Edit feedback loop using Nichols plot

**AUTOMATED TUNING**

**PID** **PID Tuning**  
Tune PID compensator using robust response time or classical methods

**LQG Synthesis**  
Obtain feedback compensator using Linear-Quadratic-Gaussian design

**IMC** **Internal Model Control (IMC) Tuning**  
Obtain feedback compensator using IMC design

Frequency (rad/s)

Root Locus Editor for LoopTransfer\_C

Root Locus Editor for LoopTransfer\_C

Imag Axis

Real Axis

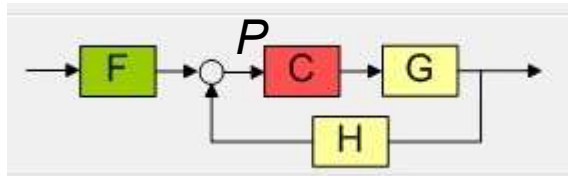
IOTransfer\_r2y: step

**Step Response**  
From: r To: + -

Amplitude

# SISO Design (obiekt LTI) – około ver2010

sisotool(objekt\_lti)



Control and Estimation Tools Manager

File Edit Help

Architecture **Compensator Editor** **Graphical Tuning** Analysis Plots Automated Tuning

Design plots configuration

Plot	Available Open/Closed Loop to Tune	Plot Type
Plot 1	Open Loop 1	Root Locus
Plot 2	Open Loop 1	Open-Loop Bode
Plot 3	Open Loop 1	Nichols
Plot 4	Closed Loop 1	Closed-Loop B...

- linie pierwiastkowe
- Bode ukł. otwartego
- Nichols ukł. otwartego
- Bode ukł. zamkniętego

