Charakterystyki

Charakterystyki statyczne

Charakterystyki skokowe

Charakterystyki częstotliwościowe

Położenie biegunów i zer

Badanie na obiekcie
(zdejmowanie charakterystyk)

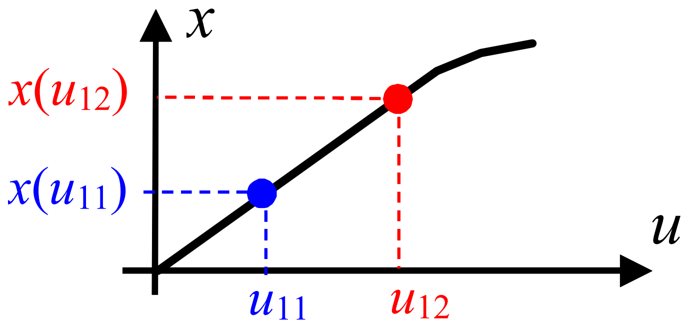
Symulacje Matlab (Scilab)

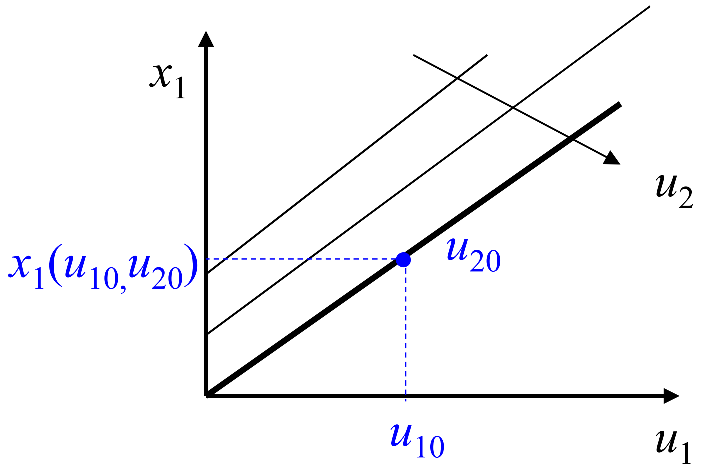
- **Schemat graficzny**

  (bloki Integrator, State-space, Transfer function)

- Tryb tekstowy (funkcje tf, ss, zpk)

Charakterystyki statyczne





Rodziny charakterystyk

Sposób wyznaczenia:

- ❑ równanie statyczne / układ równań statycznych
  (rozwiązanie, wykres)
- ❑ symulacyjnie
- ❑ zdjęcie charakterystyki na obiekcie
  (seria pomiarów w stanie ustalonym)

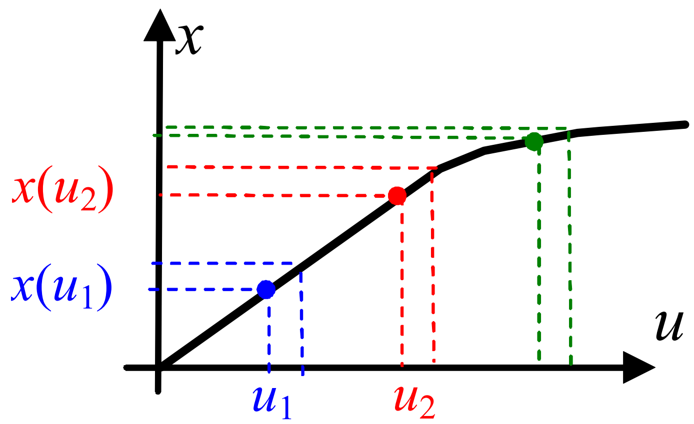
Warunki:

- ❑ podczas wyznaczania $x(u_1)$ inne wejścia są stałe
- ❑ punkty charakterystyki odczytane w stanie ustalonym

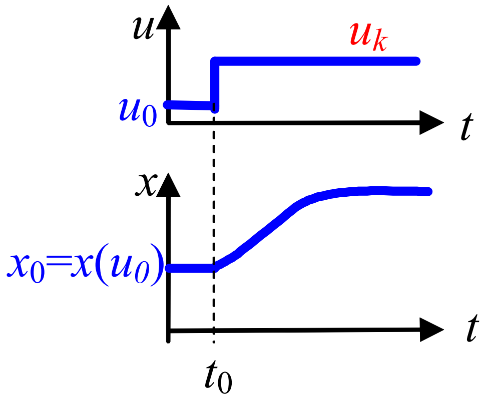
Zastosowanie:

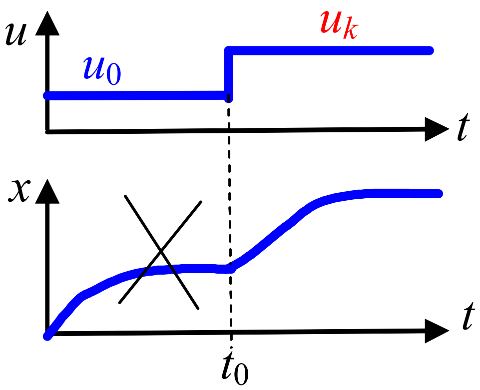
- ❑ punkt pracy,
- ❑ liniowość (zakres liniowości)
- ❑ wzmocnienie układu (przy stałym wymuszeniu)

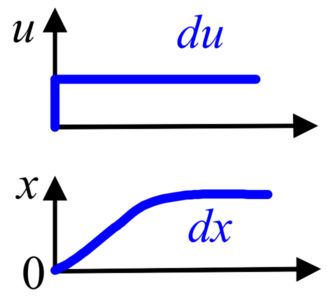
$$k_u = \frac{\Delta x}{\Delta u}$$

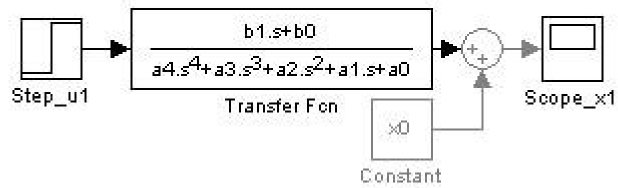


Charakterystyki czasowe – odpowiedź na skok/impuls









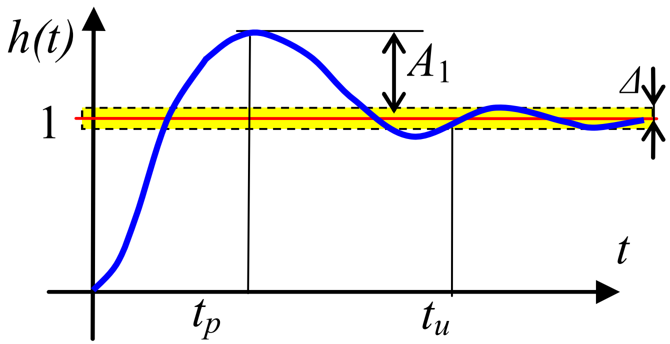
Sposób wyznaczenia:
- ❑ równanie (układ równań) różniczkowych
  - rozwiązanie $x(t)$ analityczne lub symulacyjne
  - wykres $x(t)$

- ❑ schemat (blok step i rejestracja) lub skrypt (funkcje step, impluse)

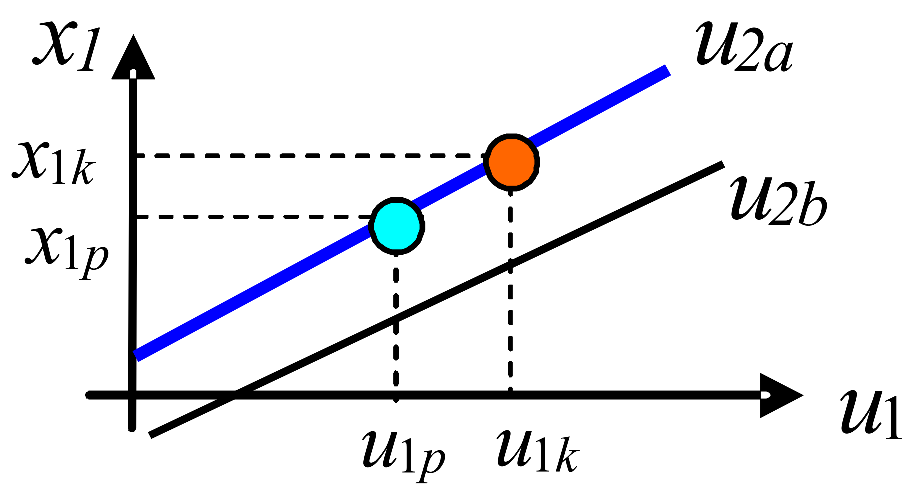
- ❑ zdjęcie charakterystyki na obiekcie
  - pojedynczy eksperyment – rejestrujemy stan przejściowy (nieustalony)

Warunki:
- ❑ stan ustalony przed podaniem skoku
- ❑ skok tylko na jednym wejściu
- ❑ odpowiednio długi czas rejestrowania charakterystyki

Zastosowanie:
- ❑ stabilność, oscylacyjność
- ❑ czas ustalania odpowiedzi (porównanie dynamiki obiektów)
- ❑ liniowość (jak?)
- ❑ identyfikacja modeli



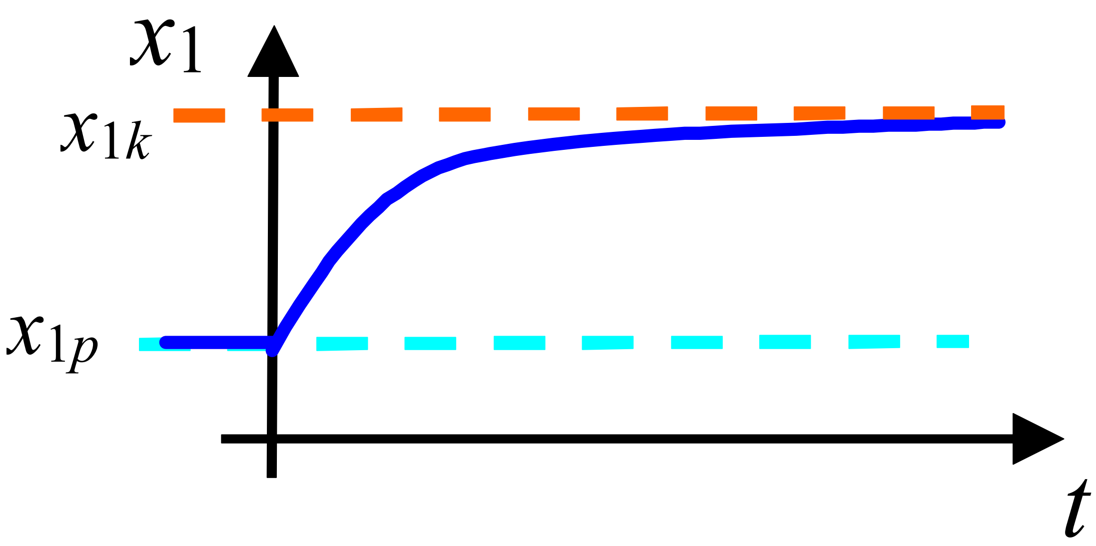
Charakterystyki statyczne i dynamiczne (czasowe)



$$x_1 = f\left(u_1, u_2\right)$$

$$x_{1k} = f_1\left(u_{1k}, u_{2a}\right)$$

$$x_{1p} = f_1\left(u_{1p}, u_{2a}\right)$$



$$u_1(t) = u_{1p} + a \cdot 1(t)$$

$$u_2(t) = u_{2a}$$

$$x_1(t) = \ldots$$

Eksperymentalne wyznaczanie charakterystyk czasowych

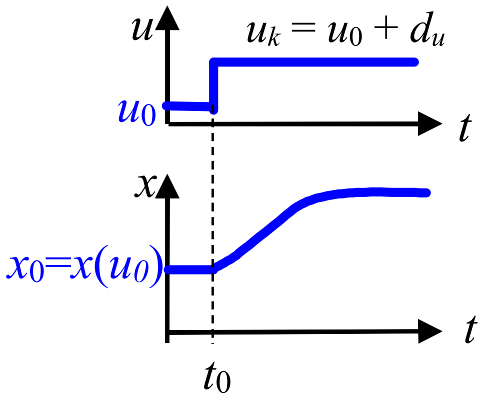
Warunki początkowe (równanie różniczkowe)

Równanie różniczkowe n-tego rzędu:

$$a_n x^{(n)}(t) + \ldots + a_1 \dot{x}(t) + a_0 x(t) = b_0 u(t)$$

Warunki początkowe dla stanu równowagi:

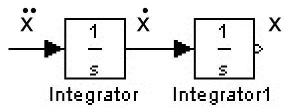
$$x^{(n)}(0) = x^{(n-1)}(0) = \ldots = \dot{x}(0) = 0 \longrightarrow a_0 x = b_0 u$$



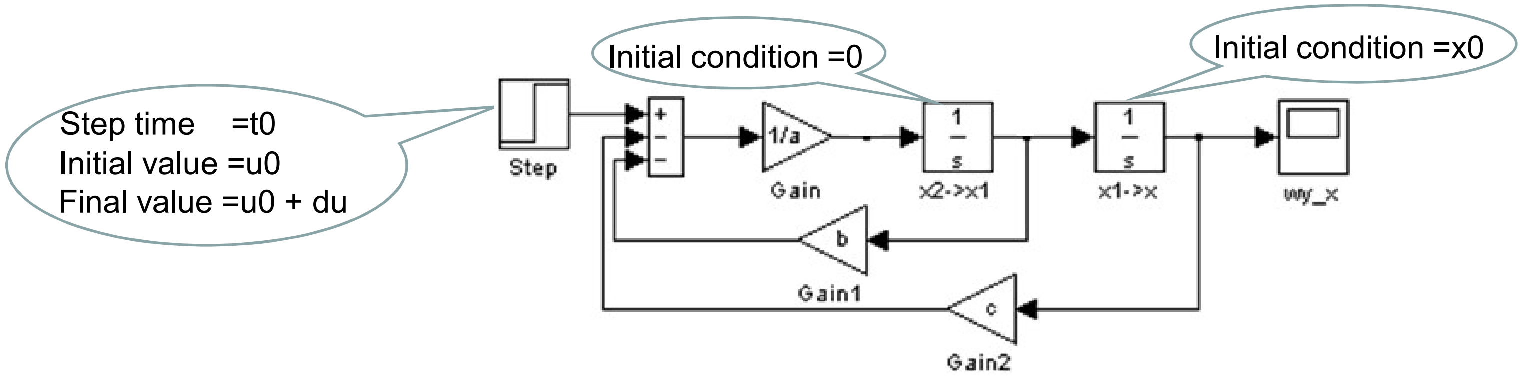
Wymuszenie: $u(t) = \begin{cases} u_0 & \text{dla } t < t_0 \\ u_0 + d_u & \text{dla } t \geq t_0 \end{cases}$

Początkowy stan równowagi: $x_0 = \dfrac{b_0}{a_0} u_0$

Przykład $a\ddot{x}(t) + b\dot{x}(t) + cx(t) = u(t) \longrightarrow \ddot{x}(t) = \dfrac{1}{a}\left(u(t) - b\dot{x}(t) - cx(t)\right)$




```
u0=2; du=0.5;   %skok wartości na wejściu
t0=5;           %czas skoku
x0=u0/c;        %warunki początkowe
```



Warunki początkowe (równania stanu)

Układ równań stanu:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \qquad \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}$$

Warunki początkowe dla stanu równowagi:

$$\dot{x}_1(0) = 0, \dot{x}_2(0) = 0, \dot{x}_3(0) = 0 \qquad 0 = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}$$

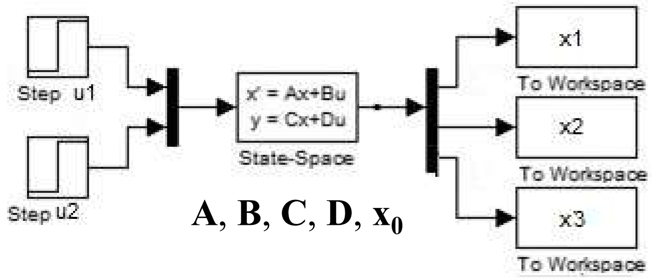
Początkowy stan równowagi: $\mathbf{x} = -\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}\mathbf{u}$

Wymuszenie: $u_1(t) = \begin{cases} u_{10} & \text{dla } t < t_0 \\ u_{10} + d_u & \text{dla } t \geq t_0 \end{cases} \qquad \mathbf{u}_0 = \begin{bmatrix} u_{10} \\ u_{20} \end{bmatrix}$

$u_2(t) = u_{20}$

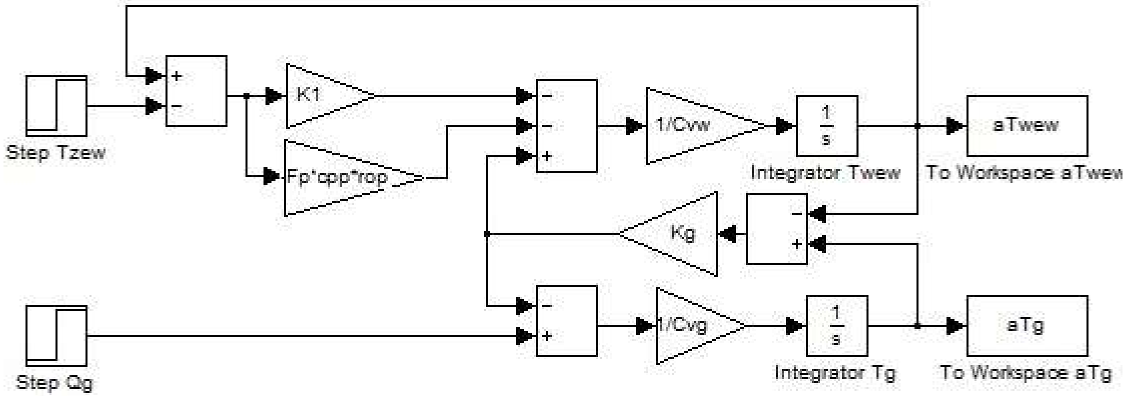
Początkowy stan równowagi: $\mathbf{x}_0 = -\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}\mathbf{u}_0$

$$\mathbf{x}_0 = \begin{bmatrix} x_{10} \\ x_{20} \\ x_{30} \end{bmatrix}$$



Równania stanu – przykład (a)

$$\begin{cases} C_{vw}\dot{T}_{wew}(t) = K_g\left(T_g(t) - T_{wew}(t)\right) - K_1\left(T_{wew}(t) - T_{zew}(t)\right) - c_{pp}\rho_p f_{p0}\left(T_{wew}(t) - T_{zew}(t)\right) \\ C_{vg}\dot{T}_g(t) = P_g(t) - K_g\left(T_g(t) - T_{wew}(t)\right) \end{cases}$$



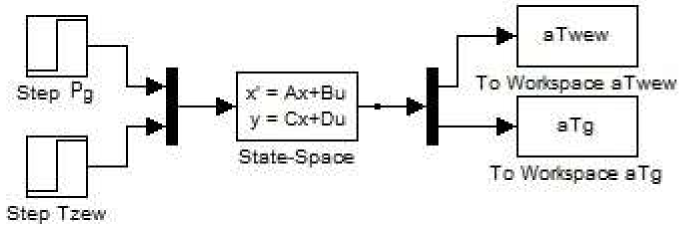
$$T_{wew0} = \frac{P_{g0}}{K_1 + c_{pp}\rho_p f_{p0}} + T_{zew0}$$

$$T_{g0} = \frac{P_{g0}}{K_g} + \frac{P_{g0}}{K_1 + c_{pp}\rho_p f_p} + T_{zew0}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{T}_{wew} \\ \dot{T}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{-\left(K_g + K_1 + c_{pp}\rho_p f_{p0}\right)}{C_{vw}} & \dfrac{K_g}{C_{vw}} \\ \dfrac{K_g}{C_{vg}} & \dfrac{-K_g}{C_{vg}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{wew} \\ T_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \dfrac{K_1 + c_{pp}\rho_p f_{p0}}{C_{vw}} \\ \dfrac{1}{C_{vg}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_g \\ T_{zew} \end{bmatrix}$$

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}$$

$$\mathbf{u}_0 = \begin{bmatrix} P_{g0} \\ T_{zew0} \end{bmatrix} \qquad \mathbf{x}_0 = -\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}\mathbf{u}_0 = \begin{bmatrix} T_{wew0} \\ T_{p0} \end{bmatrix}$$

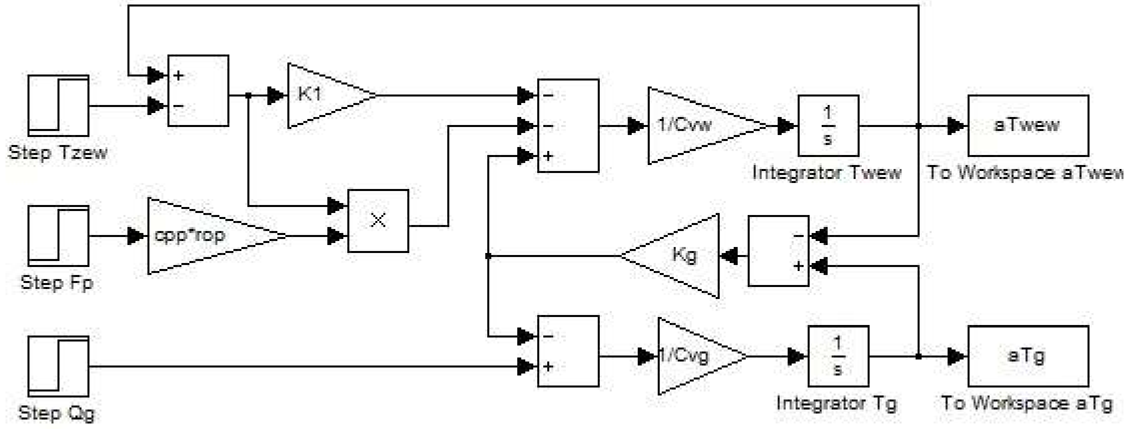


$$T_{wew0} = \mathbf{x}(1)$$

$$T_{p0} = \mathbf{x}(2)$$

Równania stanu – przykład (a)

$$
\begin{cases}
C_{vw}\dot{T}_{wew}(t) = K_g\left(T_g(t) - T_{wew}(t)\right) - K_1\left(T_{wew}(t) - T_{zew}(t)\right) - c_{pp}\rho_p f_p(t)\left(T_{wew}(t) - T_{zew}(t)\right) \\
C_{vg}\dot{T}_g(t) = P_g(t) - K_g\left(T_g(t) - T_{wew}(t)\right)
\end{cases}
$$



$$T_{wew0} = \frac{P_{g0}}{K_1 + c_{pp}\rho_p f_{p0}} + T_{zew0}$$

$$T_{g0} = \frac{P_{g0}}{K_g} + \frac{P_{g0}}{K_1 + c_{pp}\rho_p f_{p0}} + T_{zew0}$$

Stan początkowy wejścia: P_{g0}, T_{zew0}, f_{p0}:

$$
\begin{bmatrix} \dot{T}_{wew} \\ \dot{T}_p \end{bmatrix} =
\begin{bmatrix} \dfrac{-\left(K_g + K_1 + c_{pp}\rho_p f_{p0}\right)}{C_{vw}} & \dfrac{K_g}{C_{vw}} \\ \dfrac{K_g}{C_{vg}} & \dfrac{-K_g}{C_{vg}} \end{bmatrix}
\begin{bmatrix} T_{wew} \\ T_p \end{bmatrix} +
\begin{bmatrix} 0 & \dfrac{K_1 + c_{pp}\rho_p f_{p0}}{C_{vw}} \\ \dfrac{1}{C_{vg}} & 0 \end{bmatrix}
\begin{bmatrix} P_g \\ T_{zew} \end{bmatrix}
\qquad \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}
$$

$$
\mathbf{u}_0 = \begin{bmatrix} P_{g0} \\ T_{zew0} \end{bmatrix}
\qquad
\mathbf{x}_0 = -\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}\mathbf{u}_0 = \begin{bmatrix} T_{wew0} \\ T_{p0} \end{bmatrix}
$$

$$T_{wew0} = \mathbf{x}(1)$$

$$T_{p0} = \mathbf{x}(2)$$

Warunki początkowe (transmitancja)

$$a_n s^n X(s) + \ldots + a_1 s X(s) + a_0 X(s) = b_0 U(s)$$

$$\mathcal{L}\left\{a f_1(t) + b f_2(t)\right\} = a f_1(s) + b f_2(s)$$

$$\mathcal{L}\left[\dot{f}(t)\right] = s f(s) - f(0_+) = \qquad s f(s)$$

$$f(0_+) = 0$$

Transmitancja:

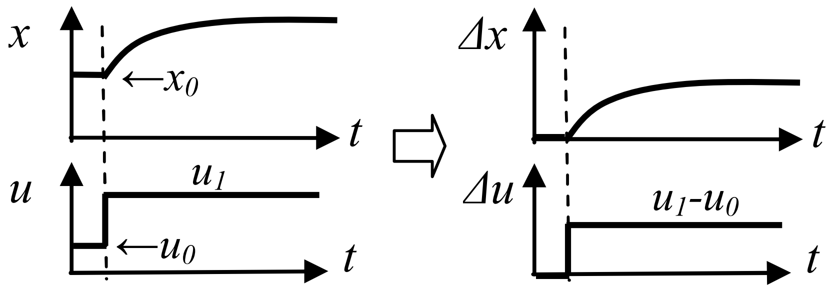
$$G(s) = \frac{X(s)}{U(s)}$$

Zerowe warunki początkowe:

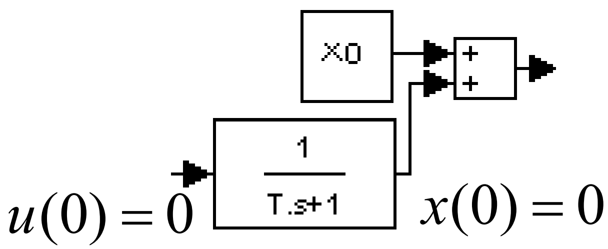
$$x^{(n-1)}(0) = 0; \quad \ldots; \quad \dot{x}(0) = 0$$

$$u(0) = 0; \; x(0) = 0$$

Rozwiązanie i symulacja tylko dla zerowych warunków początkowych

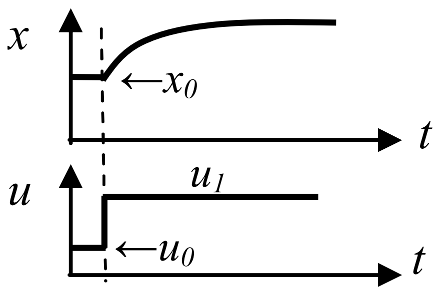


Przesunięcie układu odniesienia

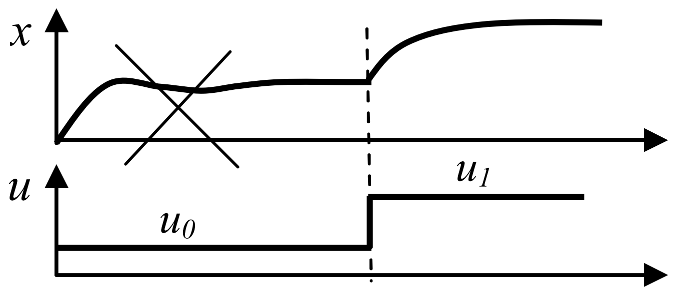


Ustalenie punktu pracy w modelu

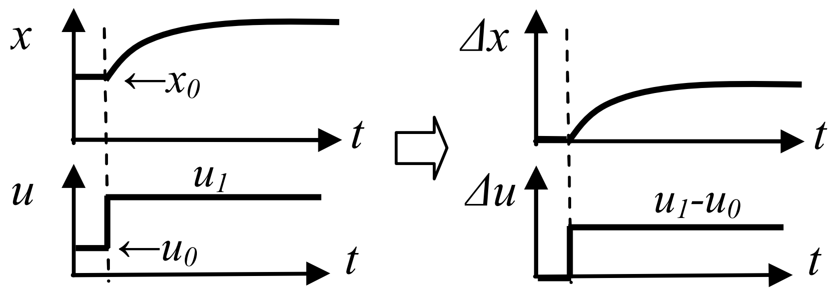
Reakcja skokowa od dowolnego stanu ustalonego



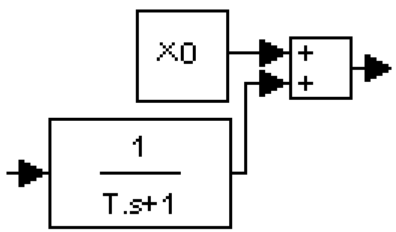
Symulacja od stanu ustalonego



Symulacja od przypadkowego stanu



Przesunięcie układu odniesienia



Ustalenie punktu pracy w modelu

Reakcje układu liniowego:

- ❑ mogą być przesuwane (reakcja nie zależy od punktu pracy)
- ❑ mogą być skalowane

  Jeśli $x(t)$ to reakcja na skok $1(t)$,
  to reakcja $y(t)$ na skok $a \cdot 1(t)$ jest równa $y(t) = a \cdot x(t)$