



Politechnika Wrocławska

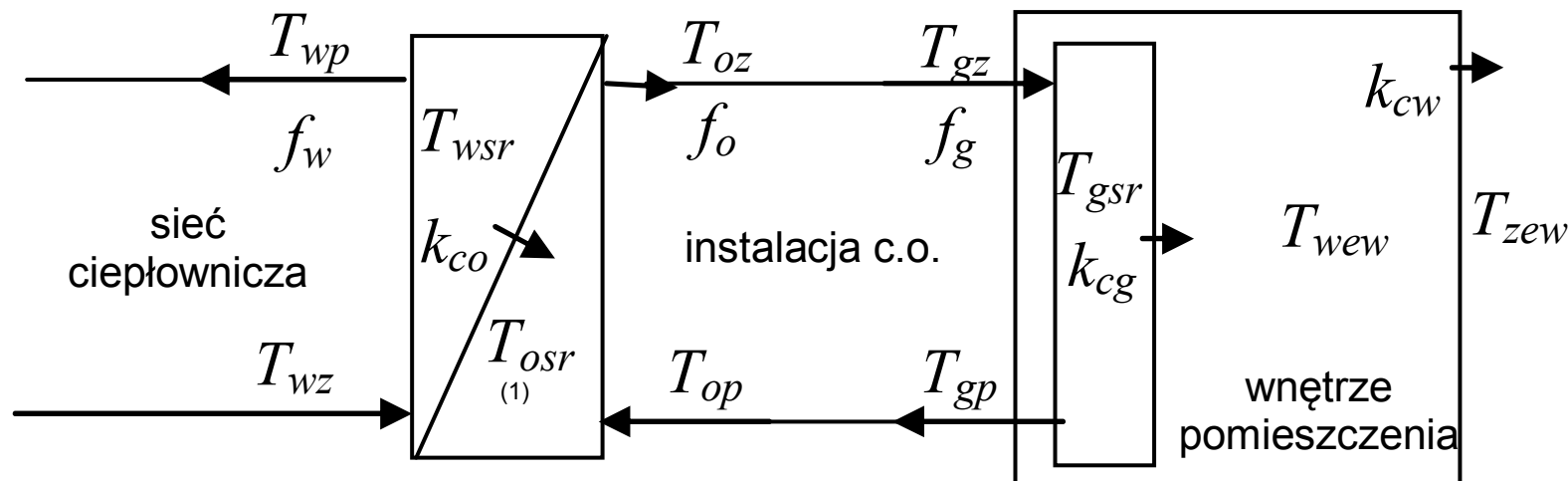


Proste modele wybranych elementów wymiennikowych w systemach ciepłowniczych

Anna CZEMPLIK

Instytut Informatyki, Automatyki i Robotyki Politechniki Wrocławskiej

Proste modele wybranych elementów wymiennikowych w systemach ciepłowniczych



Rys.1. Schemat badanego obwodu c.o.

$$(1) \begin{cases} C_{vw1} \dot{T}_{wsr}(t) = c_p \rho f_w(t) (T_{wz}(t) - T_{wp}(t)) - k_{co} \Delta T_{wsr}(t) \\ C_{vw2} \dot{T}_{osr}(t) = k_{co} \Delta T_{wsr}(t) - c_p \rho f_o(t) (T_{oz}(t) - T_{op}(t)) \end{cases} \quad \text{- wymiennik ciepła}$$

$$(2) \begin{cases} C_{vg} \dot{T}_{gsr}(t) = c_p \rho f_g(t) (T_{gz}(t) - T_{gp}(t)) - k_{cg} \Delta T_{gsr}(t) \\ C_{vw} \dot{T}_{wew}(t) = k_{cg} \Delta T_{gsr}(t) - k_{cw} (T_{wew}(t) - T_{zew}(t)) \end{cases} \quad \text{- grzejnik c.o.}$$

Trzy warianty modelu w stanie statycznym

$$(3) \quad c_p \rho f_w (T_{wz} - T_{wp}) = k_{co} \Delta T_{wsr} = c_p \rho f_o (T_{oz} - T_{op}) \quad - \text{ wymiennik ciepła}$$

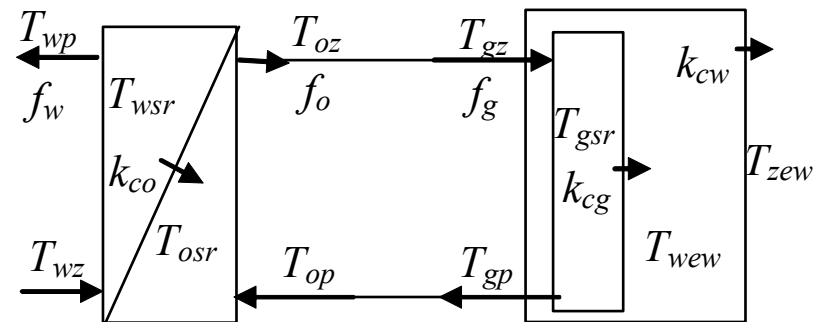
$$(4) \quad c_p \rho f_g (T_{gz} - T_{gp}) = k_{cg} \Delta T_{gsr} = k_{cw} (T_{wew} - T_{zew}) \quad - \text{ grzejnik c.o.}$$

	ΔT_{wsr}	ΔT_{gsr}
L	$\frac{\Delta T_{wwe} - \Delta T_{wwy}}{\ln(\Delta T_{wwe} / \Delta T_{wwy})}$	$\frac{\Delta T_{gwe} - \Delta T_{gwy}}{\ln(\Delta T_{gwe} / \Delta T_{gwy})}$
S	$\frac{T_{wz} + T_{wp}}{2} - \frac{T_{oz} + T_{op}}{2}$	$\frac{T_{gz} + T_{gp}}{2} - T_{wew}$
M	$T_{wp} - T_{oz}$	$T_{gp} - T_{wew}$

Warianty opisu średniej różnicy temperatur ΔT_{wsr} i ΔT_{gsr} :

- model L – średnia logarytmiczna różnica temperatur na wejściu i wyjściu wymiennika
- model S – przybliżenie przez średnią arytmetyczną,
- model M – założenie o doskonałym mieszaniu, tzn: $T_{wsr} = T_{wp}$, $T_{osr} = T_{oz}$, $T_{gsr} = T_{gp}$

Identyfikacja wartości parametrów (model grey-box)



$$c_p \rho f_w (T_{wz} - T_{wp}) = k_{co} \Delta T_{wsr} = c_p \rho f_o (T_{oz} - T_{op})$$

$$c_p \rho f_g (T_{gz} - T_{gp}) = k_{cg} \Delta T_{gsr} = k_{cw} (T_{wew} - T_{zew})$$

Dane: wymiennik współprądowy

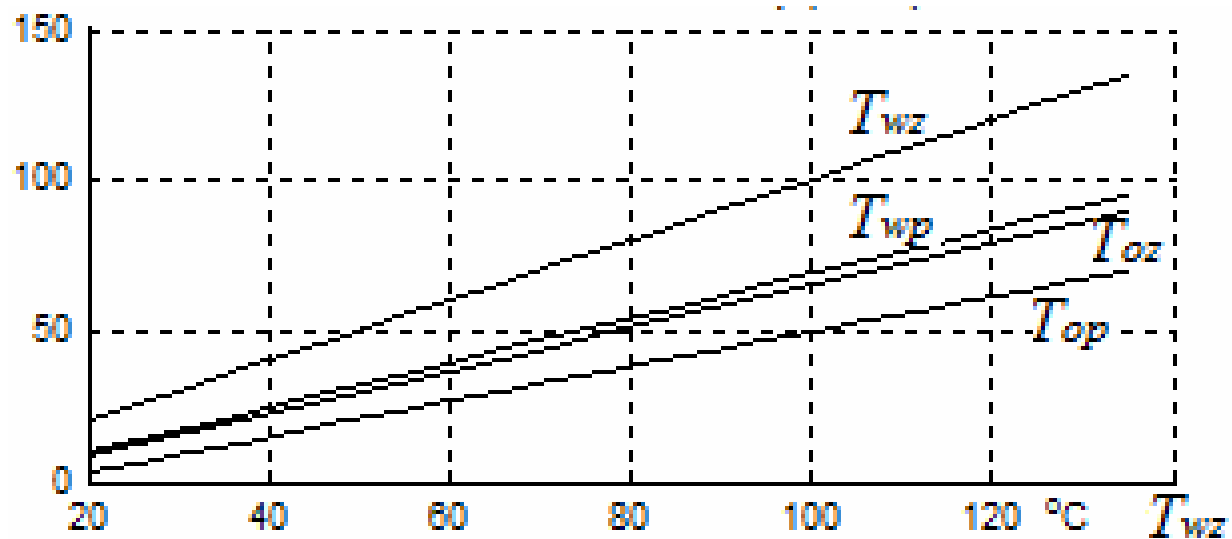
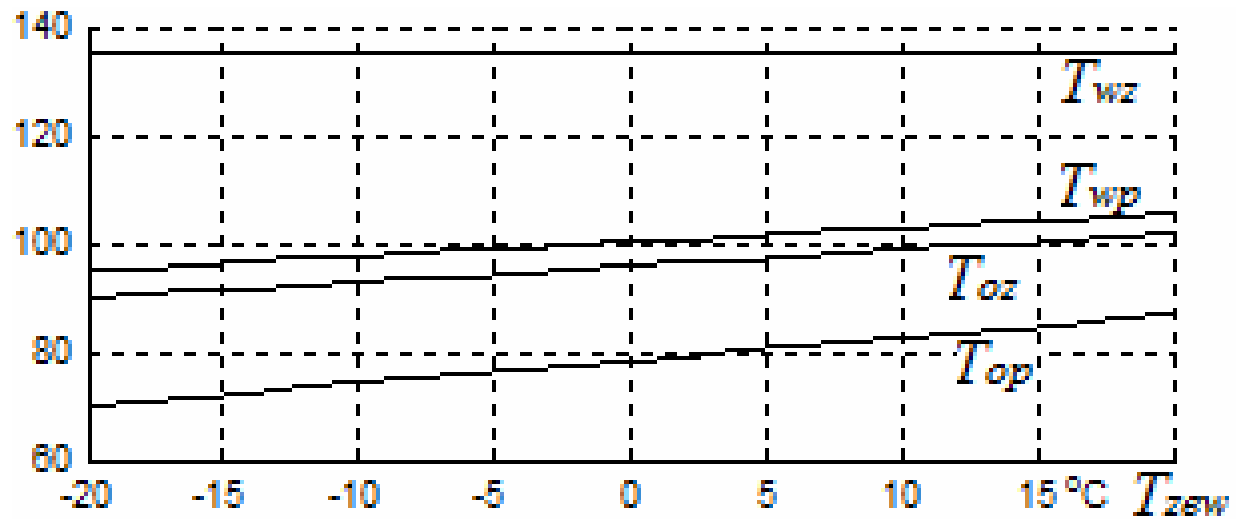
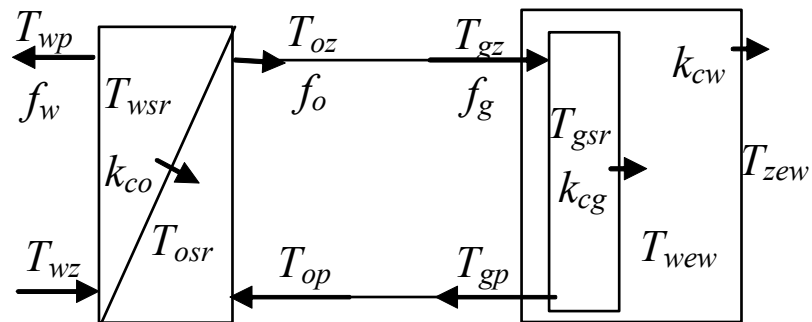
Warunki obliczeniowe: $T_{wzN} / T_{wpN} / T_{ozN} / T_{opN} = 135 / 95 / 90 / 70^\circ\text{C}$

$T_{zewN} = -20^\circ\text{C}, T_{wewN} = 20^\circ\text{C}$

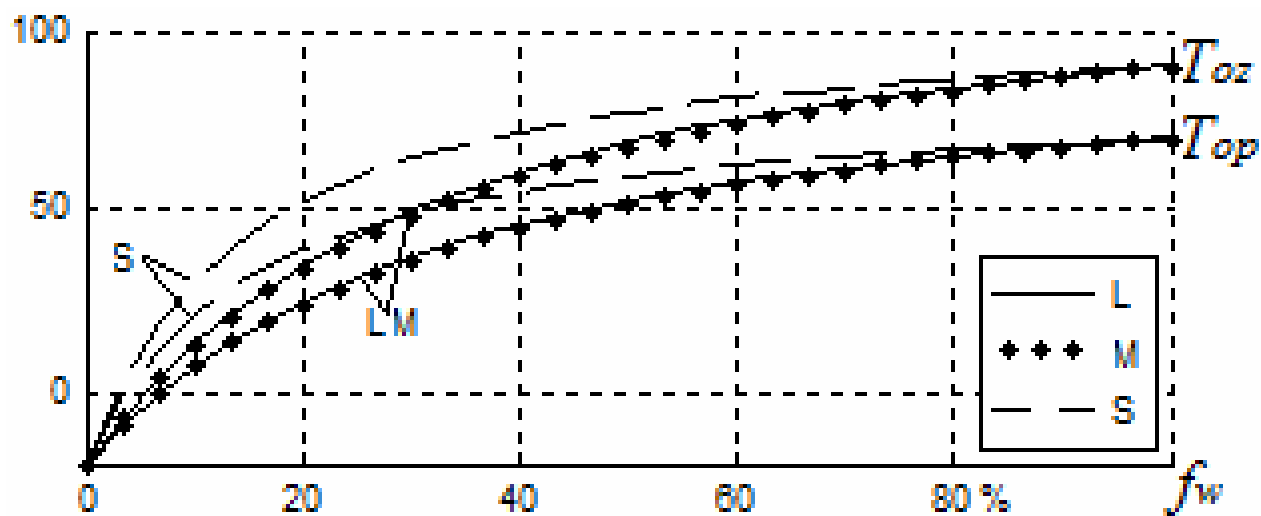
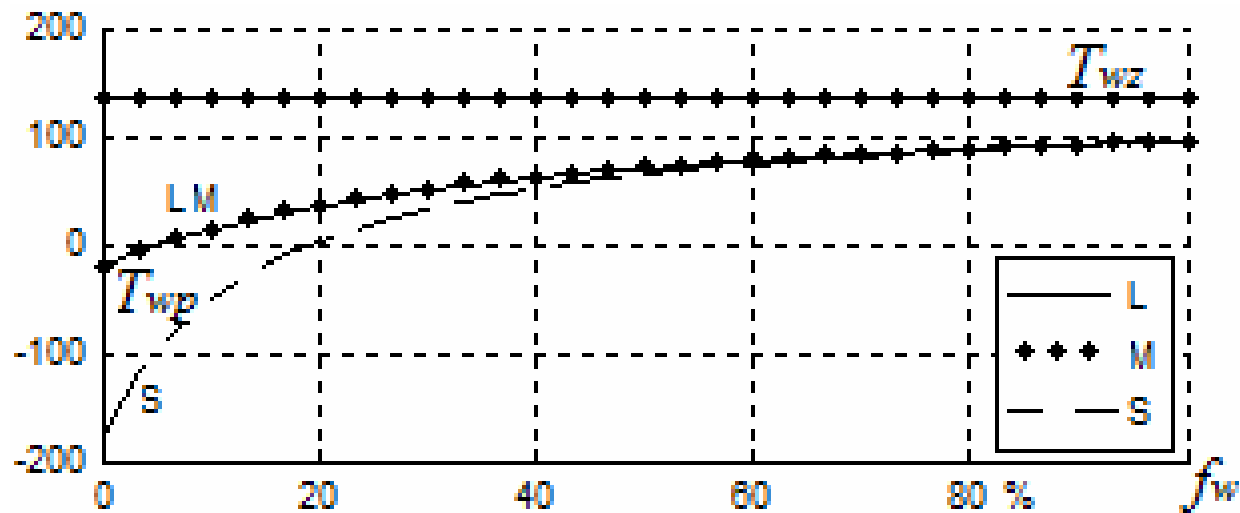
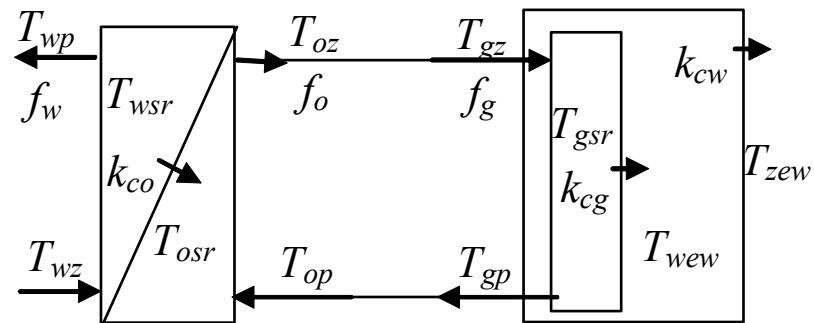
zapotrzebowanie obiektu na ciepło 500kW

	ΔT_{wsr}	ΔT_{gsr}	$k_{co},$ W/°C	$k_{cg},$ W/°C	$k_{cw},$ W/°C
L	23,4	59,5	21 375	8 412	12 500
S	35	60	14 286	8 333	12 500
M	5	50	100 000	10 000	12 500

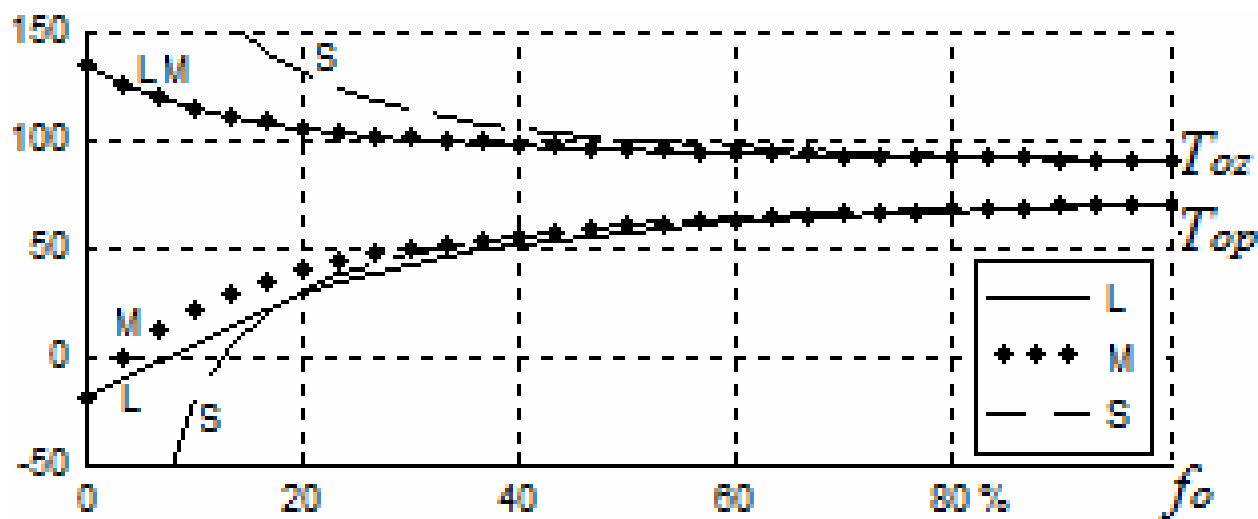
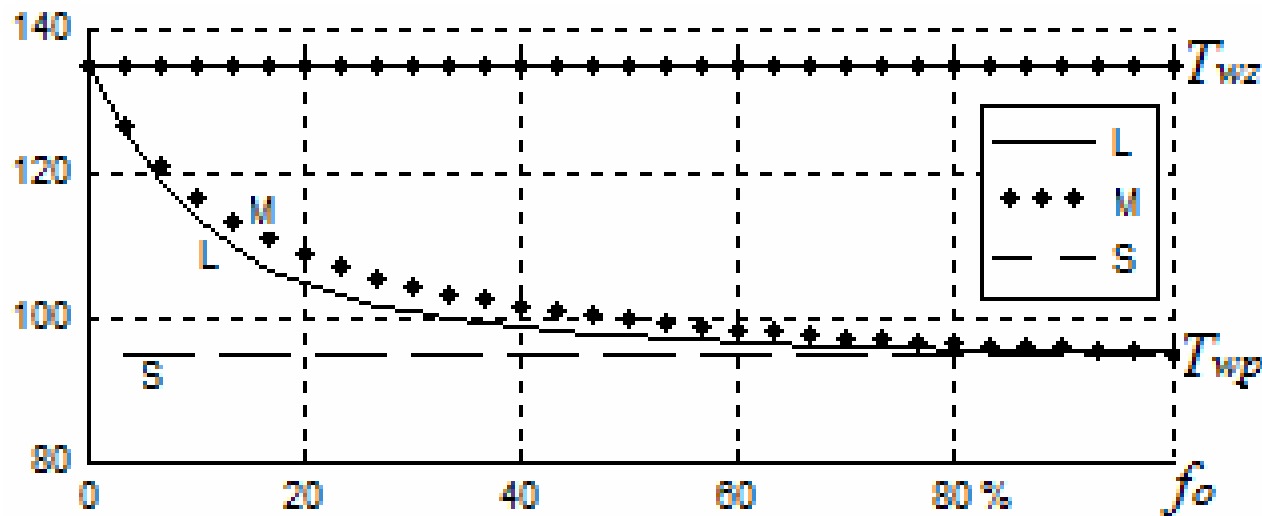
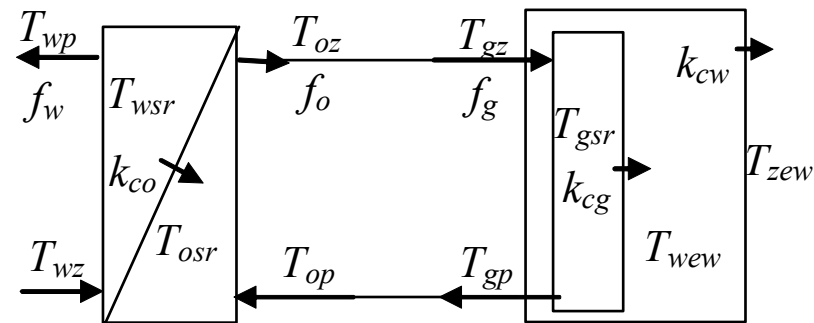
Charakterystyki statyczne (od temperatur)



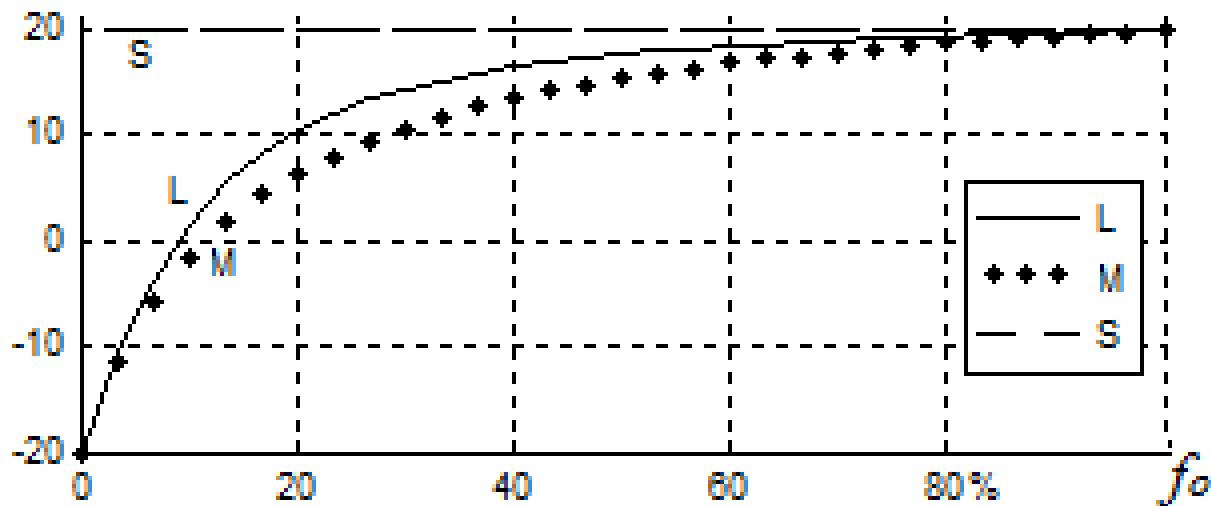
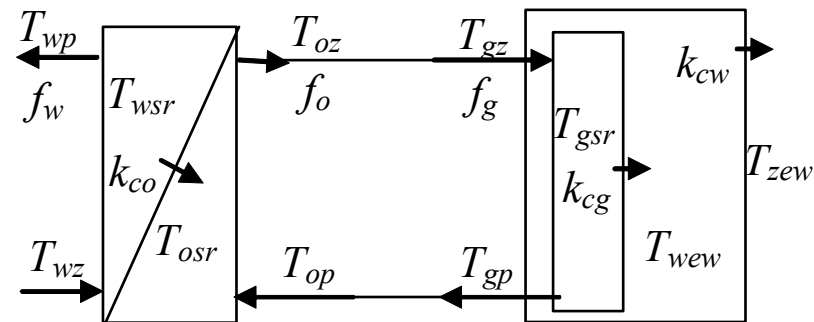
Charakterystyki statyczne (od przepływu f_w)



Charakterystyki statyczne (od przepływu f_o)



Charakterystyki statyczne (od przepływu f_o)



$$w_w = c_p \rho f_w$$

$$w_o = c_p \rho f_o$$

- model M

$$T_{wew} = \frac{w_w w_o k_{cg} k_{co}}{M} T_{wz} + \frac{k_{cw} (w_w w_o (k_{cg} + k_{co}) + k_{cg} k_{co} (w_w + w_o))}{M} T_{zew}$$

$$M = w_w w_o (k_{cg} k_{co} + k_{co} k_{cw} + k_{cg} k_{cw}) + k_{cg} k_{co} k_{cg} (w_w + w_o)$$

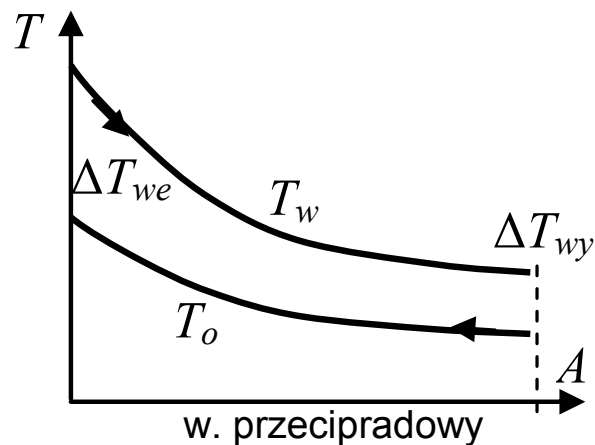
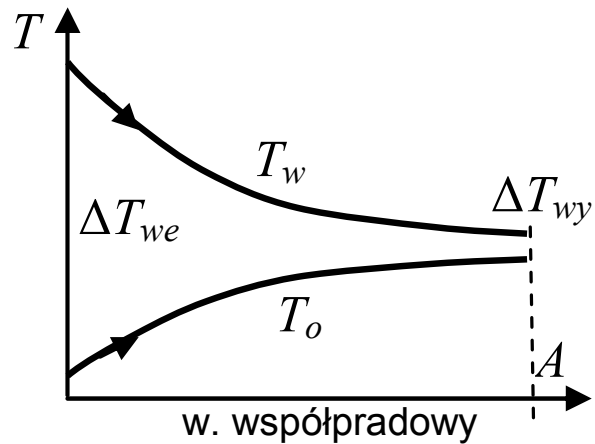
- model S

$$T_{wew} = \frac{2w_w k_{cg} k_{co}}{M} T_{wz} + \frac{k_{cw} (2w_w (k_{cg} + k_{co}) + k_{cg} k_{co})}{M} T_{zew}$$

$$M = 2w_w (k_{cg} k_{co} + k_{co} k_{cw} + k_{cg} k_{cw}) + k_{cg} k_{co} k_{cg}$$

Podobieństwo modeli L i M

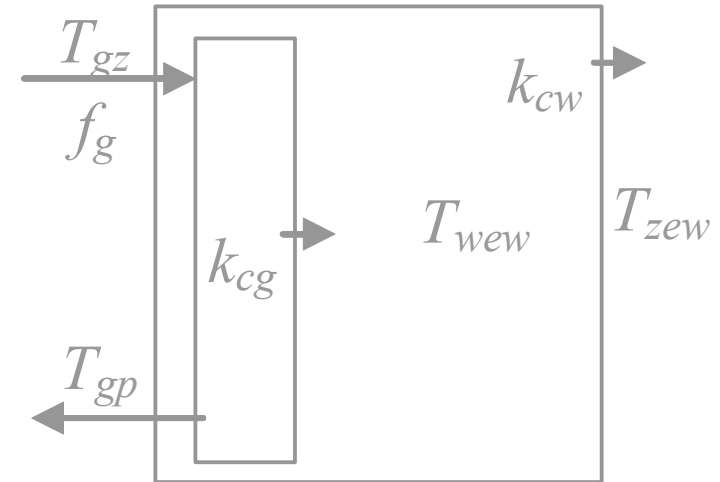
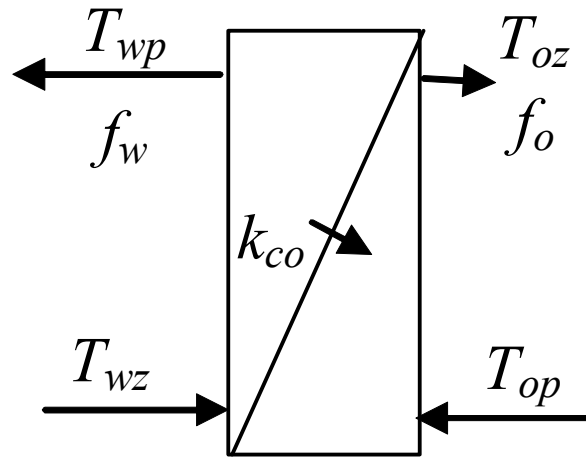
	ΔT_{wsr}	ΔT_{gsr}
L	$\frac{\Delta T_{wwe} - \Delta T_{wwy}}{\ln(\Delta T_{wwe} / \Delta T_{wwy})}$	$\frac{\Delta T_{gwe} - \Delta T_{gwy}}{\ln(\Delta T_{gwe} / \Delta T_{gwy})}$
S	$\frac{T_{wz} + T_{wp}}{2} - \frac{T_{oz} + T_{op}}{2}$	$\frac{T_{gz} + T_{gp}}{2} - T_{wew}$
M	$T_{wp} - T_{oz}$	$T_{gp} - T_{wew}$



$$\frac{\Delta T_{wwe} - \Delta T_{wwy}}{\ln(\Delta T_{wwe} / \Delta T_{wwy})}$$

$$\Delta T_{wy} = \Delta T_{we} e^{-wk_c}$$

Podobieństwo modeli L i M dla wymiennika współprądowego



$$c_p \rho f_w (T_{wz} - T_{wp}) = k_{co} \Delta T_{wsr} = c_p \rho f_o (T_{oz} - T_{op})$$

	ΔT_{wsr}
L	$\frac{\Delta T_{wwe} - \Delta T_{wwy}}{\ln(\Delta T_{wwe} / \Delta T_{wwy})}$
M	$T_{wp} - T_{oz}$

$$T_{wp} = a_{1wz} T_{wz} + a_{1op} T_{op}$$

$$T_{oz} = a_{2wz} T_{wz} + a_{2op} T_{op}$$

Podobieństwo modeli L i M dla wymiennika współprądowego

$$T_{wp} = a_{1wz} T_{wz} + a_{1op} T_{op}$$

$$T_{oz} = a_{2wz} T_{wz} + a_{2op} T_{op}$$

	L	M
$a_{1wz} =$	$\frac{w_o e^{-k_{co} w} + w_w}{w_w + w_o}$	$\frac{w_w (w_o + k_{co})}{w_w w_o + k_{co} (w_w + w_o)}$
$a_{1op} =$	$\frac{-w_o e^{-k_{co} w} + w_o}{w_w + w_o}$	$\frac{w_o k_{co}}{w_w w_o + k_{co} (w_w + w_o)}$
$a_{2wz} =$	$\frac{-w_w e^{-k_{co} w} + w_w}{w_w + w_o}$	$\frac{w_w k_{co}}{w_w w_o + k_{co} (w_w + w_o)}$
$a_{2op} =$	$\frac{w_w e^{-k_{co} w} + w_o}{w_w + w_o}$	$\frac{w_o (w_w + k_{co})}{w_w w_o + k_{co} (w_w + w_o)}$

$$w_w = c_p \rho f_w, \quad w_o = c_p \rho f_o, \quad w = 1/w_w + 1/w_o$$

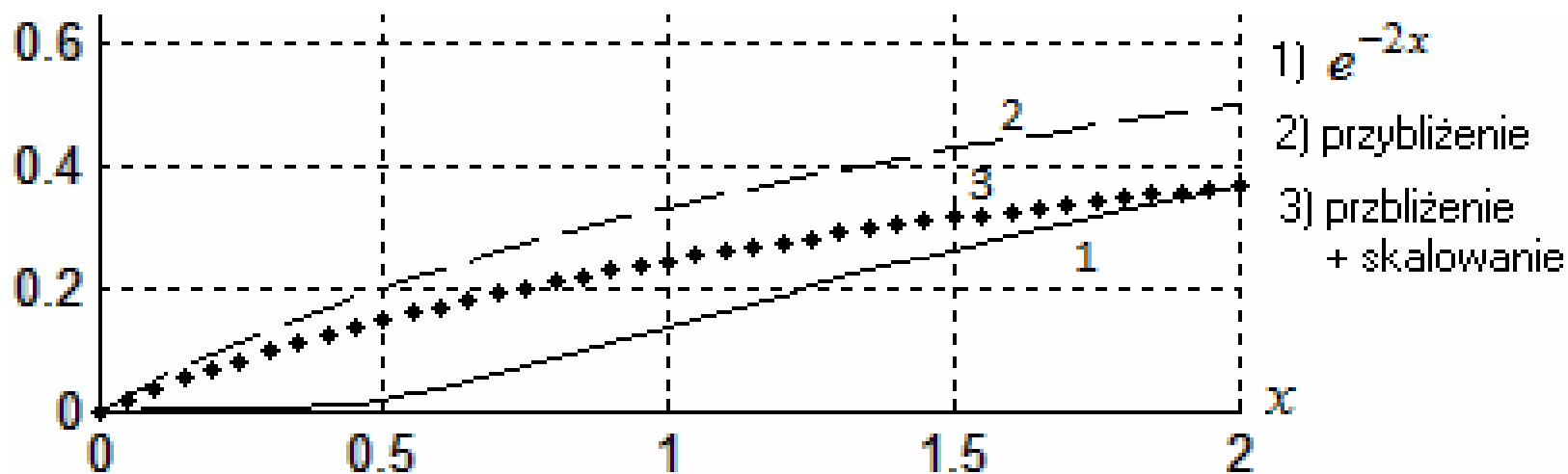
Podobieństwo modeli L i M dla wymiennika współprądowego

Przybliżenie funkcji eksponencjalnej

$$e^{-ax} = \frac{1}{e^{ax}} \approx \frac{1}{1+ax}$$

$$e^x = \sum_0^{\infty} \frac{x^n}{n!}$$

$$e^x = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n$$



Podobieństwo modeli L i M dla wymiennika współprądowego

	L	M
$a_{1wz} =$	$\frac{w_o e^{-k_{co} w} + w_w}{w_w + w_o}$	$\frac{w_w (w_o + k_{co})}{w_w w_o + k_{co} (w_w + w_o)}$
$a_{1op} =$	$\frac{-w_o e^{-k_{co} w} + w_o}{w_w + w_o}$	$\frac{w_o k_{co}}{w_w w_o + k_{co} (w_w + w_o)}$
$a_{2wz} =$	$\frac{-w_w e^{-k_{co} w} + w_w}{w_w + w_o}$	$\frac{w_w k_{co}}{w_w w_o + k_{co} (w_w + w_o)}$
$a_{2op} =$	$\frac{w_w e^{-k_{co} w} + w_o}{w_w + w_o}$	$\frac{w_o (w_w + k_{co})}{w_w w_o + k_{co} (w_w + w_o)}$

$$e^{-k_{co} w} = \frac{1}{e^{k_{co} w}} \approx \frac{1}{1 + k_{co} w}$$

$$w_w = c_p \rho f_w, \quad w_o = c_p \rho f_o, \quad w = 1/w_w + 1/w_o$$

Trzy warianty modelu w stanie statycznym

$$(3) \quad c_p \rho f_w (T_{wz} - T_{wp}) = k_{co} \Delta T_{wsr} = c_p \rho f_o (T_{oz} - T_{op}) \quad - \text{ wymiennik ciepła}$$

$$(4) \quad c_p \rho f_g (T_{gz} - T_{gp}) = k_{cg} \Delta T_{gsr} = k_{cw} (T_{wew} - T_{zew}) \quad - \text{ grzejnik c.o.}$$

	ΔT_{wsr}	ΔT_{gsr}
L	$\frac{\Delta T_{wwe} - \Delta T_{wwy}}{\ln(\Delta T_{wwe} / \Delta T_{wwy})}$	$\frac{\Delta T_{gwe} - \Delta T_{gwy}}{\ln(\Delta T_{gwe} / \Delta T_{gwy})}$
S	$\frac{T_{wz} + T_{wp}}{2} - \frac{T_{oz} + T_{op}}{2}$	$\frac{T_{gz} + T_{gp}}{2} - T_{wew}$
M	$T_{wp} - T_{oz}$	$T_{gp} - T_{wew}$

Warunkiem zachowania podobieństwa modeli L i M jest wyznaczenie wartości współczynników przenikania ciepła przez powierzchnię wymiany (k_{co} , k_{cg}) odpowiednio do stosowanej postaci modelu co zapewni zgodność modeli dla warunków nominalnych.