

Preliminary O (Obiekty)
(wersja robocza, maj21)

Spis treści

I. OBWODY ELEKTRYCZNE.....	4
1. WPROWADZENIE – ELEMENTY PODSTAWOWE	4
1.1. Zmienne i parametry.....	4
1.2. Równania bilansowe.....	5
2. ELEMENTY.....	6
2.1. Elementy podstawowe	6
2.2. Elementy złożone	7
3. MASZYNY ELEKTRYCZNE	7
3.1. Transformator	7
3.2. Silnik, prądnica	7
II. UKŁADY MECHANICZNE	8
4. WPROWADZENIE – ELEMENTY PODSTAWOWE	8
4.1. Zmienne i parametry.....	8
4.2. Równania bilansowe prostego ruchu postępowego i obrotowego.....	9
5. OPIS OGÓLNY	9
5.1. Opis wektorowy	9
5.2. Elementy dynamiki mechanizmów	9
III. UKŁADY HYDRAULICZNE.....	10
6. WPROWADZENIE – CIECZ DOSKONAŁA	10
7. OTWARTE UKŁADY HYDRAULICZNE.....	10
7.1. Swobodny wypływ cieczy.....	10
7.2. Równania bilansowe.....	11
8. ZAMKNIĘTE OBWODY HYDRAULICZNE	11
8.1. Wprowadzenie – dynamika cieczy doskonałej.....	11
8.2. Model obwodu hydraulicznego.....	12
IV. OBIEKTY CIEPLNE	15
9. WPROWADZENIE – PODSTAWOWE ZJAWISKA	15
9.1. Skupiony opis magazynu ciepła.....	15
9.2. Transport ciepła.....	15
9.3. Równania bilansowe.....	18
V. UKŁADY CHEMICZNE.....	20

I. Obwody elektryczne

1. Wprowadzenie – elementy podstawowe

1.1. Zmienne i parametry

Przepływ prądu w obwodzie jest wymuszany przez źródło, które zapewnia różnicę potencjałów. Z praktycznego punktu widzenia obwody elektryczne dzieli się na obwody stało- i zmiennie-napięciowe, w zależności od sygnału generowanego przez źródło napięcia (prądu) w obwodzie.

Podstawowe zmienne:

- natężenie prądu $i(t)$ – szybkość przepływu ładunku elektrycznego $q(t)$ (w) przez dany przekrój przewodnika

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} \quad (2-1)$$

- napięcie $u(t)$ – różnica potencjałów dwóch punktów obwodu
- potencjał

W obwodach elektrycznych wyróżnia się następujące elementy podstawowe:

- idealny rezystor R – reprezentuje straty energii elektrycznej, opisany prawem Ohma

$$u(t) = Ri(t) \leftrightarrow u(t) = R\dot{q}(t) \quad (1-1)$$

- idealny kondensator C – reprezentuje zdolność układu do gromadzenia ładunków

$$u(t) = \frac{1}{C} \int i(t) dt \leftrightarrow i(t) = C \frac{du(t)}{dt} \leftrightarrow q(t) = Cu(t) \quad (1-2)$$

- idealna cewka L – przeciwdziała zmianie natężenia prądu przez samoindukcję siły elektromotorycznej e_L proporcjonalną do zmiany prądu:

$$e_L(t) = -L \frac{di(t)}{dt} \leftrightarrow e_L(t) = -L\ddot{q}(t) \quad (1-3)$$

Zestawienie różnych wariantów opisu elementów przedstawiono w tabeli

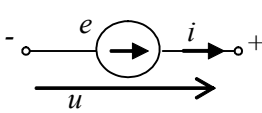
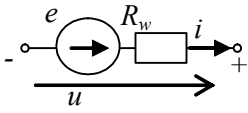
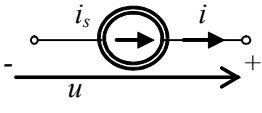
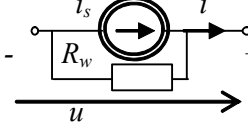
Tab. 1-1. Opisy podstawowych liniowych elementów elektrycznych

	Opis napięciowo-prądowy $u(i)$		Opis prąd.-napięciowy $i(u)$	$u(q)$	Impedancje	
					$Z(s)$	$Z(j\omega)$
R	$u(t) = Ri(t)$	$u(s) = Ri(s)$	$i(t) = Gu(t)$	$u(t) = R\dot{q}(t)$	R	R
C	$u(t) = \frac{1}{C} \int i(t) dt$	$u(s) = \frac{1}{sC} i(s)$	$i(t) = C \frac{du(t)}{dt}$	$u(t) = \frac{1}{C} q(t)$	$\frac{1}{sC}$	$\frac{1}{j\omega C}$
L	$e_L(t) = -L \frac{di(t)}{dt}$	$u(s) = sLi(s)$	$i(t) = \frac{1}{L} \int u(t) dt$	$u(t) = L\ddot{q}(t)$	sL	$j\omega L$

Uogólnione prawo Ohma:

$$u(s) = Z(s)i(s) \text{ lub } u(j\omega) = Z(j\omega)i(j\omega), \quad (1-4)$$

Tab. 1-2. Idealne i rzeczywiste źródła napięciowe i prądowe

Źródło	idealne	Rzeczywiste
napięciowe	 $u(t) = e(t)$	 $u(t) = e(t) - R_w i(t)$
prądowe	 $i(t) = i_s(t)$	 $i(t) = i_s(t) - u(t) / R_w$

Praca i energia. Wartości skuteczne.

Definicje jednostek fizycznych

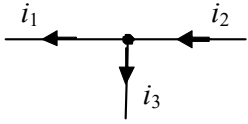
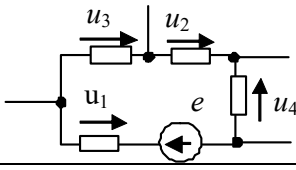
- **1Q** (kulomb), **1A** (amper), **1V** (wolt)
- **1Ω** (om) to oporność przewodnika, przez który po przyłożeniu napięcia 1 wolta (1V) płynie prąd o natężeniu jednego ampera (1A).
- **1F** (farad), jednostka pojemności elektrycznej równa stosunkowi wartości przeciwnych ładunków elektrycznych wynoszącej 1C do napięcia elektrycznego pomiędzy elektrodami wynoszącego 1 V
- **1H** (henr) to indukcyjność obwodu elektrycznego wytwarzającego strumień magnetyczny 1 Wb, gdy przez obwód płynie prąd o natężeniu 1 A, czyli $1H = 1Wb/1A$. Równoważna definicja - jest to indukcyjność obwodu zamkniętego, w którym powstaje siła elektromotoryczna 1V przy jednostajnej zmianie prądu 1A/s, czyli $1H = 1V / 1A/s = 1Vs/A$

1.2. Równania bilansowe

Podstawą równań bilansowych w obwodach elektrycznych są prawa Kirchoffa, czyli:

- bilans prądów (ładunków) dopływających i odpływających do/z węzła (rozgałęzienia) obwodu
- bilans wszystkich spadków napięcia i sił elektromotorycznych w dowolnym zamkniętym obwodzie elektrycznym, także w oczku, czyli w każdym prostym obwodzie wydzielonym z bardziej złożonego układu

Tab. 1-3. Prawa Kirchoffa

	Bilans prądów	Bilans napięć
		
	$\sum i_k = 0$	$\sum u_k + \sum e_k = 0$

Dostępne są różne szczegółowe metody konstrukcji modeli obwodów:

- metoda oczkowa – wybiera się niezależne oczka, zakłada się kierunki prądów oczkowych a następnie układa się bilanse napięć dla tych oczek na podstawie II prawa Kirchoffa. Zmiennymi modelu są natężenia prądów w poszczególnych oczkach. Na ich podstawie można później wyznaczyć natężenie prądu w każdej gałęzi obwodu.
- metoda praw Kirchoffa – korzystając z I prawa Kirchoffa można ułożyć $w-1$ niezależnych równań (bilans prądów w ostatnim węźle wynika z pozostałych), a brakujące równania ułożyć na podstawie II prawa Kirchoffa. Zmiennymi modelu są natężenia prądów we wszystkich gałęziach.
- metoda potencjałów węzłowych – układ równań tworzonych jedynie na podstawie I prawa Kirchoffa. Zmiennymi modelu będą potencjały wszystkich pozostałych węzłów względem węzła uziemionego. W każdej gałęzi obwodu zakładamy kierunek prądu i układamy $w-1$ równań bilansowych dla nieziemionych węzłów. Na podstawie potencjałów węzłowych wyznacza się później natężenie prądu w każdej gałęzi obwodu
- metoda przekształcania sieci – stopniowe upraszczanie struktury sieci, przez wykorzystanie gotowych wzorów na impedancję zastępczą połączeń szeregowych i równoległych. Dotyczy obwodów zawierających jedno źródło napięcia.

Więcej o:

https://www.electronics-tutorials.ws/dccircuits/dcp_1.html

<https://www.electronics-tutorials.ws/accircuits/ac-waveform.html>

2. Elementy

2.1. Elementy podstawowe

Przykładowe wartości elementów i konstrukcje (obliczenia na podstawie wymiarów i materiału)

2.2. Elementy złożone

2.2.1. Elementy półprzewodnikowe

2.2.2. Wzmacniacz operacyjny

- co to, założenia, uproszczenia

Więcej o:

<https://www.electronics-tutorials.ws/category/opamp>

2.2.3. Podstawowe człony

Układy z C i L (na czwórnikach i wzmacniaczu)

3. Maszyny elektryczne

3.1. Transformator

3.2. Silnik, prądnica

II. Układy mechaniczne

4. Wprowadzenie – elementy podstawowe

4.1. Zmienne i parametry

Dowolny ruch ciała sztywnego w przestrzeni ma 6 stopni swobody i można go rozłożyć na ruch postępowy i ruch obrotowy.

Bryła sztywna, punkt materialny, ... Trzy zasady dynamiki

Wielkości opisujące ruch są wielkościami wektorowymi, które pozwalają opisać ruch ciała w przestrzeni, ale w najprostszymi przypadkach ruchu wzdłuż jednego kierunku i obrotu wokół jednej osi, można zastosować opis skalarny.

Podstawowymi wielkościami używanymi do opisu układów mechanicznych w ruchu postępowym są:

- przemieszczenie $x(t)$ (m) lub prędkość $v(t)$ (m/s) punktu względem przyjętego układu odniesienia
- siły $F(t)$ (N) – miara wzajemnego oddziaływania ciał .

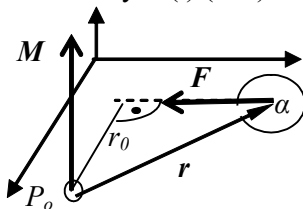
Przyczyną ruchu są zewnętrzne siły akcji, to znaczy siły pochodzące spoza granic analizowanego układu. Reakcją każdego elementu jest siła, która równoważy działanie wszystkich sił zewnętrznych względem danego elementu.

Podstawowe elementy w ruchu postępowym:

- sprężyna
- tłumik....
- masa – siła bezwładności (siła inercji, siła pozorna)

Ruch obrotowy z kolei jest opisywany przez:

- kąt obrotu $\varphi(t)$ (rad lub °) lub prędkość kątową $\omega(t)$ (rad/s), prędkość obrotowa (s^{-1})
- moment siły $M(t)$ (Nm)



Moment siły (Rys.2.1) jest iloczynem wektorowym działającej siły F i promienia wodzącego r wyznaczonego od punktu obrotu do punktu przyłożenia siły: $M = r \times F$.
Jeśli obrót

Rys.2.1 Moment siły względem punktu P_o

Ruch obrotowy jest wymuszany przez zewnętrzne źródło momentu siły, np. silnik.

Podstawowe elementy w ruchu postępowym:

- sprężyna
- tłumik....
- masa...

Ruch swobodny (siły czynne, siły bezwładności),

Ruch nieswobodny (siły czynne, siły bezwładności, siły reakcji więzów)

Ruch w polu grawitacyjnym

Ruch postępowy, ruch obrotowy, ruch po okręgu

Praca, energia, pęd, ...

Definicje jednostek fizycznych

– jednostka momentu siły odpowiada jednostce energii: $1\text{Nm}=1\text{J}$

4.2. Równania bilansowe prostego ruchu postępowego i obrotowego

Modele układów mechanicznych można skonstruować metodą równowagi kinetostatycznej, opartej na zasadzie d'Alemberta, która mówi, że suma sił czynnych, sił reakcji więzów i sił bezwładności, działających na punkty układu jest równa zero. Praktyczna realizacja tej zasady dla danego punktu układu oznacza, że suma zewnętrznych sił akcji (F_a) równa się sumie sił reakcji (F_r) od poszczególnych elementów związanych z analizowanym punktem (w tym także sił bezwładności występujących w tym punkcie). W analogiczny sposób konstruowane są równania bilansowe momentów sił w ruchu obrotowym – suma zewnętrznych momentów sił akcji (M_a) równa się sumie momentów sił reakcji wszystkich elementów związanych

Tab. 4-1. Zasada d'Alemberta

	Ruch postępowy	Ruch obrotowy
	$\sum F = 0$	$\sum M = 0$
	$\sum F_a(t) = \sum F_r(t)$	$\sum M_a(t) = \sum M_r(t)$

Równania bilansowe dla układu, który porusza się wzdłuż jednego kierunku:

- wyznaczyć wszystkie punkty układu, które mają różne prędkości
- dla każdego punktu ułożyć bilans sił działających w tym punkcie

Równania bilansowe dla układu, który obraca się wokół jednej osi:

- wyznaczyć wszystkie punkty układu, które obracają się z różną prędkością
- dla każdego punktu ułożyć bilans sił działających w tym punkcie

Więcej:

Fizyka dla szkół wyższych

<https://cnx.org/contents/TqqPA4io@5.7:i2NxDeAS@2/Wst%C4%99p>

5. Opis ogólny

5.1. Opis wektorowy

Zasada d'Alemberta ogólnie, Zasada Lagrange'a, Zasada d'Alemberta-Lagrange'a

5.2. Ruch złożony

5.2.1. Elementy dynamiki mechanizmów

III. Układy hydrauliczne

6. Wprowadzenie – ciecz doskonała

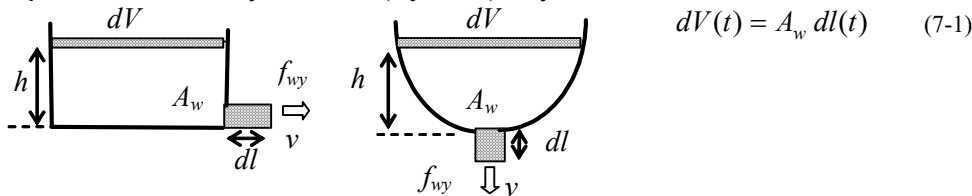
Zmienne: przepływ, ciśnienie. Energia kinetyczna i potencjalna. Praca.

7. Otwarte układy hydrauliczne

7.1. Swobodny wypływ cieczy

Proste opisy zjawisk jakie zachodzą w otwartych układach hydraulicznych zakładają, że ciecz jest jednorodna, nieściśliwa i nielepka, co w dużym stopniu jest spełnione w przypadku wody. Przy takim założeniu zamiast masy można bilansować objętość cieczy oraz pominąć wszelkie opory przepływu.

Swobodny wypływ cieczy przez otwór w zbiorniku otwartym odbywa się pod wpływem grawitacji. Objętość dV cieczy wypływającej ze zbiornika przez otwór (w dnie lub przy dnie) o powierzchni A_w jest równa objętości cieczy, jaka obniży się w zbiorniku na wysokości h (Rys. 7-1), czyli:



Rys. 7-1. Swobodny wypływ ze zbiornika otwartego

Ciecz wypływająca ze zbiornika uzyskuje energię kinetyczną dzięki energii potencjalnej cieczy na poziomie h w zbiorniku:

$$\rho gh(t) = \rho v^2(t)/2 \rightarrow \sqrt{2gh(t)} = v(t) \quad (7-2)$$

Zależność (7-2) bazuje na założeniu, że nie ma strat wynikających z tarcia oraz, że objętość dV w zbiorniku ma pomijalną energię kinetyczną (pomijalną prędkość w stosunku do cieczy wypływającej), ponieważ pole przekroju zbiornika A na wysokości h jest dużo większe od powierzchni otworu A_w .

Jeśli do wzoru (7-2) podstawimy prędkość $v(t) = dl/dt$, gdzie na podstawie (7-1) jest $dl(t) = dV(t)/A_w$, to otrzymujemy:

$$\sqrt{2gh(t)} = v(t) = \frac{dl(t)}{dt} = \frac{dV(t)}{A_w dt} \rightarrow \frac{dV(t)}{dt} = f_{wy}(t) = A_w \sqrt{2gh(t)} \quad (7-3)$$

Zależność (7-3) opisuje natężenie swobodnego wypływu $f_{wy}(t)$ ze zbiornika, które nie zależy od kształtu zbiornika, a jedynie od powierzchni otworu A_w oraz wysokości cieczy w zbiorniku $h(t)$.

Jeśli zbiornik jest zamknięty, to w zależności (7-2) należy dodatkowo uwzględnić ciśnienie p nad poziomem cieczy, czyli :

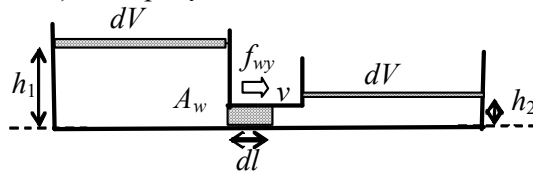
$$p(t) + \rho gh(t) = \rho v^2(t)/2, \quad (7-4)$$

więc wzór na swobodny wypływ ma postać:

$$f_{wy}(t) = \frac{dV(t)}{dt} = A_w \sqrt{2gh(t) + \frac{2p(t)}{\rho}} \quad (7-5)$$

Ciśnienie p jest liczone względem ciśnienia atmosferycznego, co oznacza, że nadciśnienie zwiększa przepływ, a podciśnienie – zmniejsza.

W analogiczny sposób można opisać swobodny wypływ pomiędzy zbiornikami (Rys. 7-2), o ile połączenie rurowe obu zbiorników nie jest zbyt długie .



Rys. 7-2. Swobodny wypływ pomiędzy zbiornikami

Ponieważ ciecz wypływająca pierwszego zbiornika musi podnieść poziom w drugim zbiorniku, więc wzór na swobodny wypływ ma postać:

$$\frac{dV(t)}{dt} = f_{wy}(t) = A_w \sqrt{2g(h_1(t) - h_2(t))} \quad (7-6)$$

Zastosowanie wzoru na swobodny wypływ do cieczy o lepkości większej niż woda jest obarczone znacznym błędem ze względu na wpływ tarcia pomiędzy poruszającymi się cząsteczkami oraz tarcia pomiędzy cieczą i ścianami zbiornika. W przypadku materiałów sypkich tarcie to ma jeszcze większy wpływ, a poza tym występuje nierównomierna powierzchnia (wysokość h) w zbiorniku (np. stożki usypowe) i własności materiału zależą od wilgotności, wielkości cząstek, itp.

7.2. Równania bilansowe

Konstrukcja modeli otwartych układów hydraulicznych opiera się na dynamicznym bilansie objętości cieczy (V) w każdym zbiorniku układu – zmiana objętości w czasie jest wynikiem bilansu strumieni wpływających i wypływających (f_i):

$$\frac{dV(t)}{dt} = \sum \pm f_i(t), \quad [m^3/s] \quad (7-7)$$

Zbiorniki o płaskim dnie i pionowych ścianach

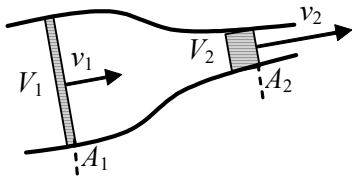
Zbiorniki z pionową osią obrotu

8. Zamknięte obwody hydrauliczne

8.1. Wprowadzenie – dynamika cieczy doskonałej

Dynamika cieczy doskonałej opisuje ruch cieczy nielepkiej (brak oporów przepływu) i nieściśliwej odbywający się w układach hydraulicznych jakie tworzą zbiorniki i przewody. W opisie ruchu takiej cieczy uwzględnia się różne pola przekroju wzdłuż obwodu i oddziaływanie pola grawitacyjnego.

Ruch nieściśliwej cieczy w obwodzie o zmiennym przekroju (Rys. 8-1) opisuje równanie ciągłości:



$$V_1(t) = V_2(t) \quad (8-1)$$

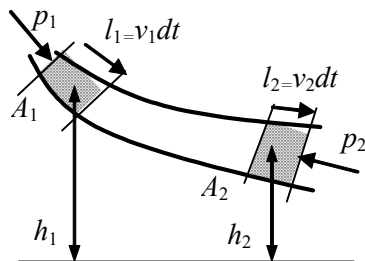
$$\frac{dV_1(t)}{dt} = \frac{dV_2(t)}{dt} \quad (8-2)$$

$$A_1 v_1(t) = A_2 v_2(t) \quad (8-3)$$

Rys. 8-1. Ilustracja równania ciągłości

Równanie (8-3) pokazuje związek pomiędzy prędkościami cieczy w różnych punktach obwodu. Równanie pokazuje zjawisko zwiększonej prędkości cieczy w przewężeniach przewodu, ale nie wyjaśnia, skąd pochodzi siła do wytworzenia przyspieszenia.

Ogólniejszy opis ruchu cieczy uwzględnia zmienny przekrój przewodu, położenie na różnych wysokościach oraz ciśnienie wewnątrz przewodu (Rys. 8-2).



$$p + \frac{\rho v^2}{2} + \rho gh = const \quad (8-4)$$

Rys. 8-2. Ilustracja równania Bernoulliego

Zależności wykorzystywane do opisu otwartych układów hydraulicznych ((7-2) , (7-4)) są szczególnym przypadkiem wzoru Bernoulliego.

8.2. Model obwodu hydraulicznego

8.2.1. Podstawowe założenia

Przepływ cieczy jest wymuszany przez wytwarzanie różnicy ciśnień, którą wytwarza pompa obiegowa. Przewody rurowe i każdy element w obwodzie powoduje spadek ciśnienia.

Założenia – opis podstawowych zjawisk:

- 1) pominięcie ściśliwości i bezwładności nośnika, uwzględniony jedynie opór hydrauliczny (R),
- 2) zastosowanie analogii do obwodów elektrycznych, gdzie obowiązują prawa Kirchhoffa:
 - bilans strumieni dopływających i odpływających w węźle,
 - bilans spadków ciśnienia w obwodzie,
- 3) spadek ciśnienia jest proporcjonalny do przepływu (przepływ laminarny, opis uproszczony):

$$\Delta p = Rf, \quad (8-5)$$

- 4) spadek ciśnienia jest proporcjonalny do kwadratu przepływu (przepływ turbulentny, opis dokładniejszy):

$$\Delta p = Rf^2. \quad (8-6)$$

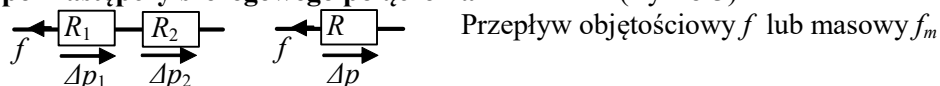
W modelach hydrauliki można stosować przepływ objętościowy (f , m³/s) lub masowy ($f_m = \rho_w f$, kg/s). Natomiast różnica ciśnień Δp [Pa] bywa również wyrażana w kPa. Wszystkie te warianty decydują o wymiarze oporów hydraulicznych.

Przyjęcie założenia (8-5) pozwala zastosować najprostszą analogię układów hydraulicznych do obwodów elektrycznych, opartą na prawie Ohma.

8.2.2. Opory hydrauliczne

Przewody rurowe, zawory, grzejniki, wymiennik, kotły są reprezentowane przez opór hydrauliczny.

Opór zastępczy szeregowego połączenia elementów (Rys. 8-3).



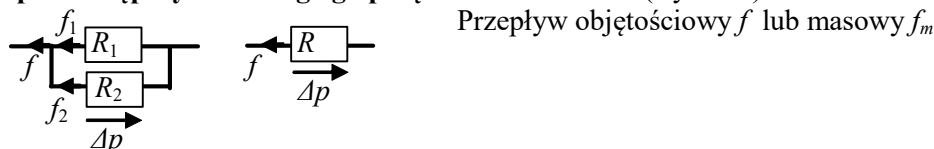
Rys. 8-3. Połączenie szeregowe

Na podstawie bilansu spadków ciśnień $\Delta p_1 + \Delta p_2 = \Delta p$ w modelu:

<p>– uproszczonym (liniowym)</p> $R_1 f + R_2 f = Rf$ $R = R_1 + R_2$		<p>– dokładniejszym (nieliniowym)</p> $R_1 f^2 + R_2 f^2 = Rf^2$ $R = R_1 + R_2$
---	--	--

(8-7)

Opór zastępczy równoległego połączenia elementów (Rys. 8-4).



Rys. 8-4. Połączenie równoległe

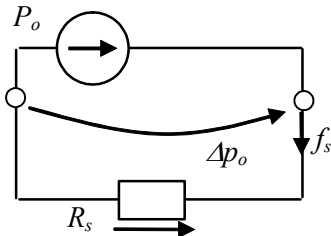
Na podstawie bilansu przepływów $f_1 + f_2 = f$ w modelu:

<p>– uproszczonym (liniowym)</p> $\Delta p = R_1 f_1 = R_2 f_2 = Rf$ $\frac{\Delta p}{R_1} + \frac{\Delta p}{R_2} = \frac{\Delta p}{R}$ $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ $R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$		<p>– dokładniejszym (nieliniowym)</p> $\Delta p = R_1 f_1^2 = R_2 f_2^2 = Rf^2$ $\sqrt{\frac{\Delta p}{R_1}} + \sqrt{\frac{\Delta p}{R_2}} = \sqrt{\frac{\Delta p}{R}}$ $\frac{1}{R} = \left(\frac{1}{\sqrt{R_1}} + \frac{1}{\sqrt{R_2}} \right)^2$ $R = \frac{R_1 R_2}{\left(\sqrt{R_1} + \sqrt{R_2} \right)^2}$
---	--	---

(8-8)

8.2.3. Pompy

Pompa obiegowa ma za zadanie wytworzyć różnicę ciśnień, która wymusi przepływ wody w sieci. Idealna pompa wytwarzałaby określoną różnicę ciśnienia Δp_o w każdych warunkach, czyli niezależnie od obciążenia (oporów sieci R_s , przepływu w sieci f_s) - Rys. 8-5.



Założenia:

brak oporów wewnętrznych

f_s - przepływ objętościowy (lub masowy)

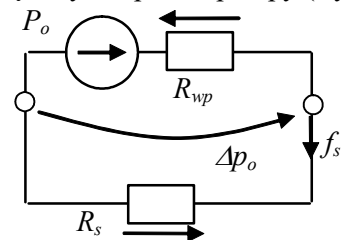
R_s - zastępczy opór sieci (obciążenie)

Rys. 8-5. Obwód z idealną pompą

Idealna pompa to źródło stałej (zadanej) różnicy ciśnień:

$$\Delta p_o = P_o \quad (8-9)$$

W rzeczywistych pompach część ciśnienia jest zużywana na pokonanie wewnętrznych oporów pompy (Rys. 8-6).



Założenia:

R_{wp} - opory wewnętrzne pompy

f_s - przepływ objętościowy (lub masowy)

R_s - zastępczy opór sieci

Rys. 8-6. Obwód z rzeczywistą pompą

Opis rzeczywistej pompy uwzględnia wewnętrzny spadek ciśnienia, zależny od przepływu f_s :

uproszczony (liniowy) $\Delta p_o = P_o - R_{pw} f_s$	dokładniejszy (nieliniowy) $\Delta p_o = P_o - R_{pw} f_s^2$	(8-10)
--	---	--------

Natomiast przepływ f_s zależy od oporu sieci R_s (obciążenia), zgodnie z zależnością:

$\Delta p_o = R_s f_s$	$\Delta p_o = R_s f_s^2$	(8-11)
------------------------	--------------------------	--------

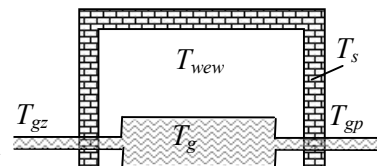
IV. Obiekty cieplne

9. Wprowadzenie – podstawowe zjawiska

9.1. Skupiony opis magazynu ciepła

Wszystkie proste modele dynamiki obiektów cieplnych są skonstruowane w oparciu o magazyny ciepła, czyli elementy układu, które akumulują ciepło. Dla każdego magazynu przyjmuje się **założenie o doskonałym mieszanii**, co oznacza, że w każdej chwili cała zawartość magazynu ma taką samą temperaturę. Takie założenie zawsze jest idealizacją rzeczywistych warunków, ale pozwala zastosować bilanse w postaci równań różniczkowych zwyczajnych, zamiast równań różniczkowych cząstkowych. Na przykład w przypadku pomieszczenia ogrzewanego grzejnikiem (Rys. 9-1):

- powietrze wypełniające pomieszczenie podlega mieszanii, więc następuje wyrównywanie temperatur – stan magazynu reprezentuje jedna temperatura T_{wew} ,
- w grzejniku i w ścianach występuje rozkład temperatur (stopniowe schładzanie wody przepływającej przez grzejnik, różnicowanie i rozkład temperatury w ścianach), ale w przybliżeniu można opisać stan magazynu za pomocą uśrednionej wartości ($T_{gp} = T_g, T_s$).



Rys. 9-1. Magazyny ciepła z mieszaniami i z rozkładem temperatury

Zakładając doskonałe mieszanie a także niezmienność ilości i parametrów substancji wypełniającej dany magazyn, akumulacja ciepła Q (J) jest opisana wzorem:

$$Q(t) = C_v T(t) = c_p \rho V \cdot T(t) \quad (9-1)$$

gdzie: C_v – pojemność cieplna magazynu (W/K), c_p – ciepło właściwe substancji wypełniającej magazyn (J/(kg·K)), ρ – gęstość substancji w magazynie (kg/m³), V – objętość magazynu (m³), T – temperatura substancji wypełniającej magazyn (°C).

9.2. Transport ciepła

W analizowanych obiektach uwzględniane są dwa **podstawowe mechanizmy transportu ciepła**:

- przenikanie ciepła przez przegrodę, czyli wymiana ciepła pomiędzy dwoma oddzielonymi ośrodkami (potocznie strata ciepła przez ścianę),
- przenoszenie ciepła za pomocą medium (nośnik ciepła, czynnik grzewczy/chłodniczy), takie jak na przykład woda i powietrze.

W wymianie ciepła występują różne mechanizmy, związane z trzema podstawowymi prawami, czyli odpowiednio:

– prawem Fouriera
$$q = \frac{\lambda}{\delta} (t_{w,1} - t_{w,2}) \quad [W / (m^2 K)]$$

- Newtona $q = \alpha (t_f - t_w)$
- oraz Pécleta $q = K (t_{f,1} - t_{f,2})$

Występują w tych prawach odpowiednio trzy współczynniki proporcjonalności:

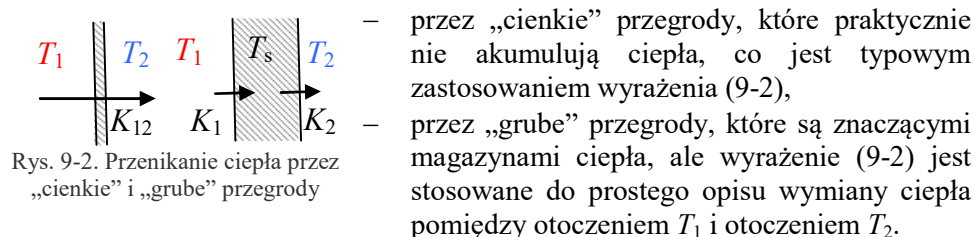
- współczynnik przewodzenia ciepła - λ
- współczynnik przejmowania ciepła - α
- współczynnik przenikania ciepła - K

Przenikanie ciepła przez przegrodę jest złożonym mechanizmem, ale w praktyce stosuje się prosty opis postaci:

$$q = K(T_1 - T_2) = U(T_1 - T_2)A = \frac{T_1 - T_2}{R} A \quad (9-2)$$

gdzie: q – strumień (natężenie przepływu) ciepła (W), $T_1 - T_2$ – różnica temperatur po obu stronach przegrody ($^{\circ}\text{C}$), K – współczynnik przenikania całej przegrody a potocznie współczynnik strat (W/K), U – powierzchniowy współczynnik przenikania przegrody (W/($\text{m}^2 \cdot \text{K}$)), R – opór cieplny ($\text{m}^2 \cdot \text{K}/\text{W}$).

Wyrażenie (9-2) stosuje się w różnych przypadkach wymiany ciepła (Rys. 9-2):



Jeśli przegroda jest jednorodna, to współczynnik przenikania ciepła K zależy od powierzchni (A , m^2) i grubości (a_g , m) przegrody oraz od jednostkowego współczynnika przenikalności danego materiału (λ , W/(mK)):

$$K = \frac{\lambda A}{a_g} \quad (9-3)$$

W przypadku obiektów takich jak budynki, przegrody nie są jednorodne, więc współczynnik K w opisie (9-2) ma wartość zastępczą, która opisuje ciepło przenikające przez ściany (q_s) i okna (q_o):

$$q = q_s + q_o = (K_s + K_o)\Delta T = \left(\lambda_s \frac{A_s}{a_{gs}} + U_{\text{wokno}} A_o \right) \Delta T \quad (9-4)$$

gdzie $K_s = \lambda_s A_s / a_{gs}$ – współczynnik przenikania ścian, $K_o = U_{\text{wokno}} A_o$ – współczynnik przenikania okien. Poza tym ściany budynków są wielowarstwowe – założmy, że są to dwie warstwy:

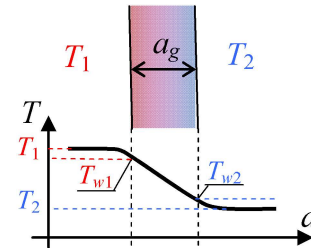
$$q = \left(\frac{1}{\frac{a_{gbud}}{\lambda_{sbud}} + \frac{a_{gizo}}{\lambda_{sizo}}} A_s + U_{\text{wokno}} A_{wo} \right) \Delta T \quad (9-5)$$

gdzie: a_{gbud} i λ_{sbud} – grubość i współczynnik przenikalności materiału budowlanego, a_{gizo} i λ_{sizo} – grubość i współczynnik przenikalności izolacji.

Wyrażenie (9-2) jest uproszczonym opisem złożonego mechanizmu przenikania ciepła (Rys. 9-3), który obejmuje:

- wnikanie ciepła z cieplejszego otoczenia do przegrody,
- przewodzenie ciepła przez przegrodę,
- przejmowanie ciepła z przegrody przez chłodniejsze otoczenie.

Wnikanie i przejmowanie ciepła do/z przegrody, czyli przenoszenie ciepła w warstwie granicznej pomiędzy ośrodkiem płynnym/gazowym a stałą przegrodą nosi nazwę konwekcji.



Rys. 9-3. Przenikanie ciepła przez przegrodę (stan ustalony)

Przewodzenie ciepła jest opisywane przez prawo Fouriera w postaci:

$$q_p = \frac{\lambda A}{a_g} (T_{w1} - T_{w2}) = \frac{T_{w1} - T_{w2}}{R_p} A, \quad (9-6)$$

natomiast **konwekcję** opisuje prawo Newtona:

$$q_w = \alpha (T_w - T) A = \frac{T_w - T}{R_w} A \quad (9-7)$$

gdzie: T_w – temperatura powierzchni przegrody, T – temperatura otoczenia przegrody. W zależnościach (9-6) i (9-7) występują wymiary przegrody (powierzchnia A i grubość a_g) a także własności cieplne materiału przegrody – jednostkowy współczynnik przewodności (przenikalności) cieplnej materiału λ (W/(m·K)) i współczynnik wnikania/przejmowania α (W/(m²·K)), lub odpowiadające im opory cieplne przewodzenia R_p i konwekcji R_w .

Tak więc wartości K i R w wyrażeniu (9-2) są wypadkową parametrów przewodzenia i konwekcji ciepła. Aby wyznaczyć te zależności, przedstawimy całkowitą różnicę temperatur po obu stronach przegrody ($T_1 - T_2$) jako sumę różnic wynikających z poszczególnych zjawisk:

$$T_1 - T_2 = (T_1 - T_{w1}) + (T_{w1} - T_{w2}) + (T_{w2} - T_2) \quad (9-8)$$

Podstawiając definicje poszczególnych różnic ((9-2), (9-6), (9-7)) otrzymujemy:

$$\frac{qR}{A} = \frac{q_{w1}R_{w1}}{A} + \frac{q_p R_p}{A} + \frac{q_{w2}R_{w2}}{A} \quad (9-9)$$

Ponieważ w stanie ustalonym strumień ciepła przenikający przez przegrodę (q) jest równy strumieniowi, który wnika do przegrody (q_{w1}), jest przewodzony przez przegrodę (q_p) i przejmowany przez otoczenie (q_{w2}), czyli $q = q_{w1} = q_p = q_{w2}$, więc na podstawie (9-9) otrzymujemy:

$$R = R_{w1} + R_p + R_{w2} \quad (9-10)$$

to znaczy, że opór przenikania ciepła przegrody (R) jest sumą oporów wnikania/przejmowania oraz oporu przewodzenia ciepła przez przegrodę.