

## Układ równań stanu / transmitancja – „struktura” obiektu

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = -a_1x_1(t) + a_2x_2(t) + u_1(t) \\ \dot{x}_2(t) = b_1x_1(t) - b_2x_2(t) + u_2(t) \end{cases}$$

---

$$X_1(s) = \frac{s + b_2}{M(s)}U_1(s) + \frac{a_2}{M(s)}U_2(s)$$

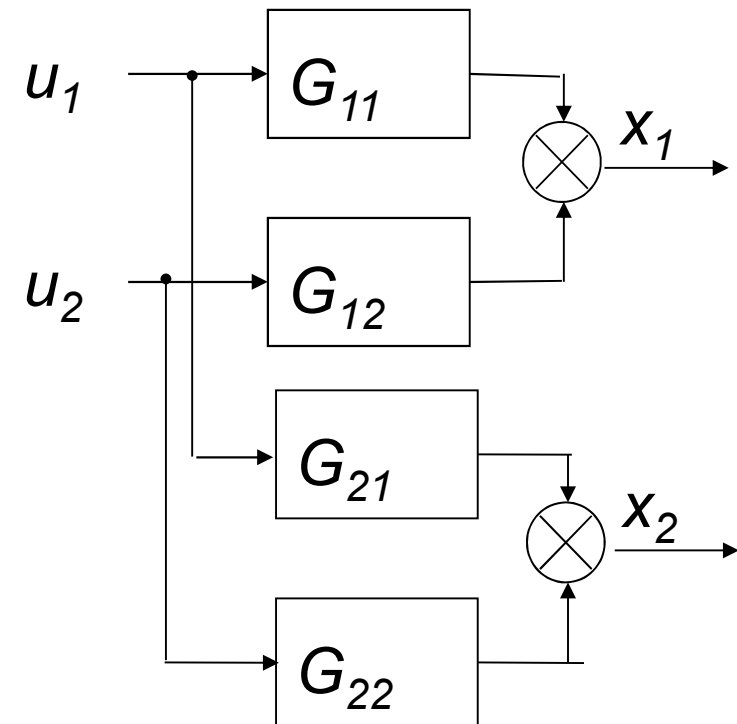
$$X_2(s) = \frac{b_1}{M(s)}U_1(s) + \frac{s + a_1}{M(s)}U_2(s)$$

$$M(s) = s^2 + (a_1 + b_2)s + a_1b_2 - b_1a_2$$

---

$$X_1(s) = G_{11}(s)U_1(s) + G_{12}(s)U_2(s)$$

$$X_2(s) = G_{21}(s)U_1(s) + G_{22}(s)U_2(s)$$



## Podstawowe obiekty (człony) dynamiki

$a_0 x(t) = b_0 u(t)$	$G(s) = k$ proporcjonalny
$a_1 \dot{x}(t) + a_0 x(t) = b_0 u(t)$	$G(s) = \frac{k}{Ts + 1}$ , $T > 0$ inercyjny
$\ddot{x}(t) + 2\xi\omega\dot{x}(t) + \omega^2 x(t) = b_0 u(t)$	$G(s) = \frac{k_1}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$ , $\omega_n > 0$ $G(s) = \frac{k}{T_n^2 s^2 + 2\xi T_n s + 1}$ , $T_n > 0$ oscylacyjny
$a_1 \dot{x}(t) = b_0 u(t)$	$G(s) = \frac{1}{T_i s}$ całkujący
$a_0 x(t) = b_1 \dot{u}(t)$	$G(s) = T_d s$ różniczkujący

$k, k_1$  – współczynniki wzmocnienia członu

$T$  – stała czasowa

$T_o$  – opóźnienie

$T_i$  – czas całkowania

$T_d$  – czas różniczkowania

$\omega_n$  – pulsacja drgań własnych nietłumionych

$T_n$  – okres drgań własnych nietłumionych

(współczynnik okresu drgań własnych)

$$\omega_n = \frac{1}{T_n}$$

$$\omega_n = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

$\xi$  – współczynnik tłumienia względnego

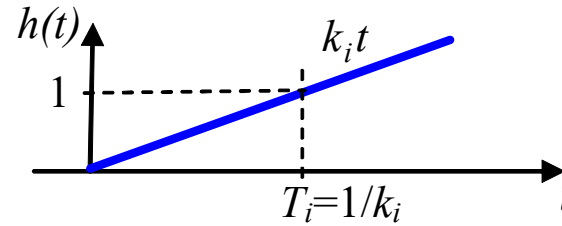
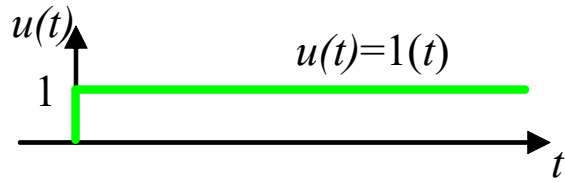
$$G(s) = \frac{L(s)}{M(s)}$$

$$x(t) = u(t - T_0)$$

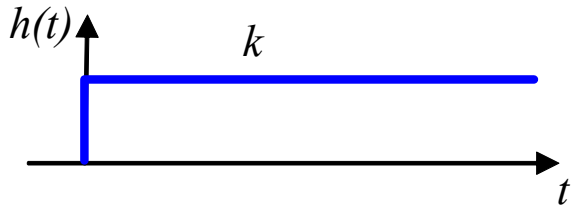
$$G(s) = e^{-T_0 s}$$

opóźniający

# Odpowiedzi skokowe członów podstawowych



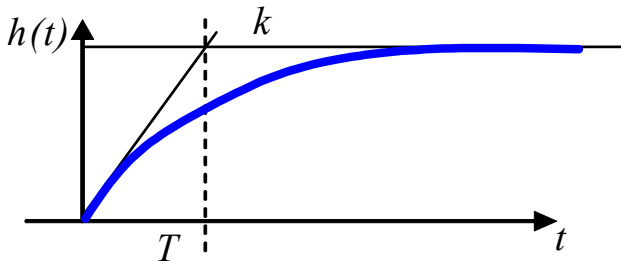
$$\frac{1}{T_i s} = \frac{k_i}{s}$$



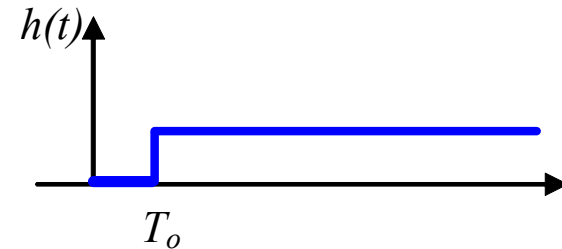
$k$



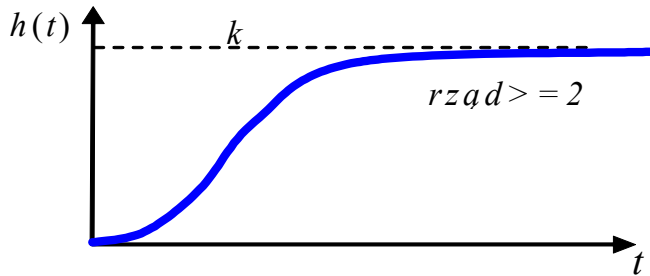
$T_d s$



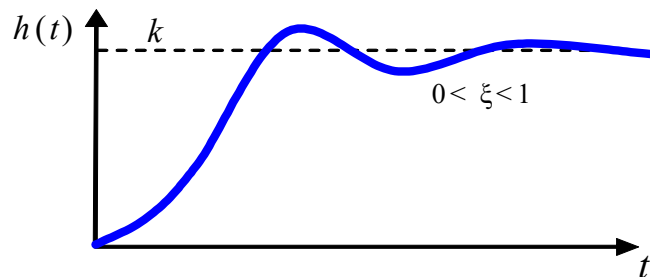
$$\frac{k}{Ts + 1}$$



$e^{-T_o s}$



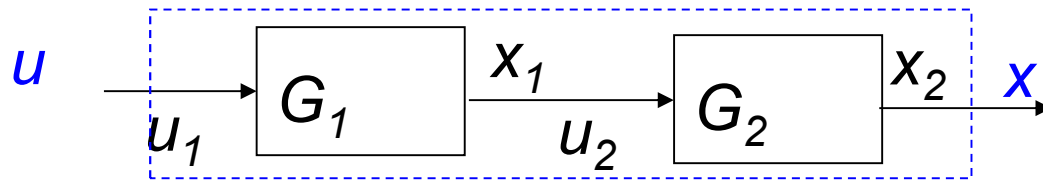
$$\frac{k}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$$



$$\frac{k}{s^2 + 2 \xi \omega_n s + \omega_n^2}$$

$$\frac{K}{T_n^2 s^2 + 2 \xi T_n s + 1}$$

## Transmitancja - połączenia elementarne

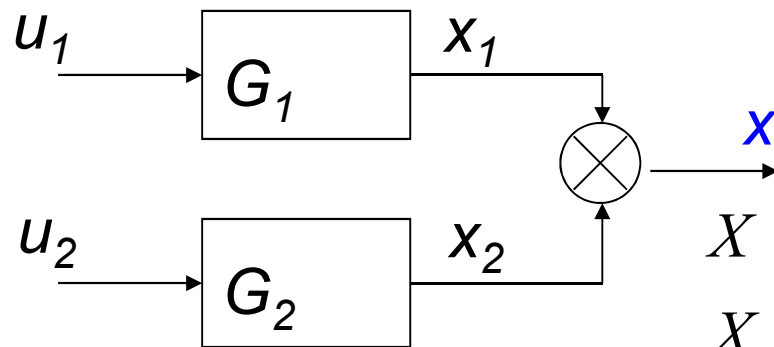


$$X = G_1 G_2 U$$

$$X_1 = G_1 U_1$$

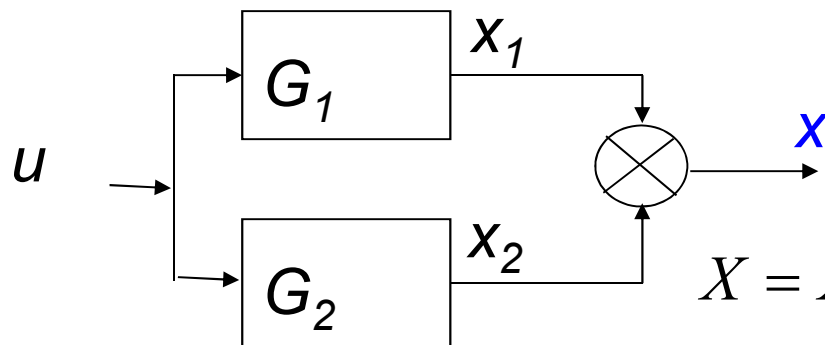
$$X_2 = G_2 U_2 = G_2 X_1$$

$$X_2 = G_1 G_2 U_1$$



$$X = X_1 + X_2$$

$$X = G_1 U_1 + G_2 U_2$$

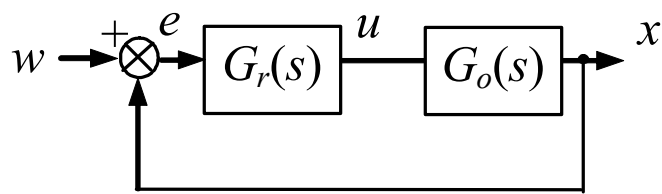


$$X = X_1 + X_2$$

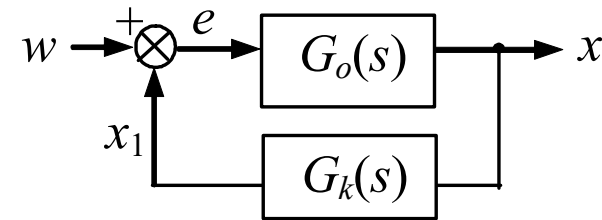
$$X = G_1 U + G_2 U$$

$$X = (G_1 + G_2) U$$

## Transmitancja – układ ze sprzężeniem zwrotnym



Układ regulacji

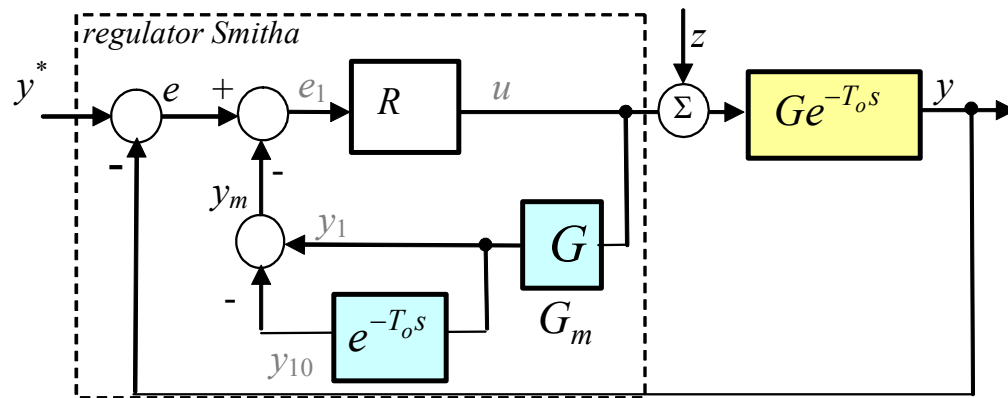


Układ korekcji

	Układ regulacji	Układ korekcji
Sygnaly wyjściowe	$e, u$ i $x$	$e, x$ i $x_1$
Pełny układ równań	$\begin{cases} e(s) = w(s) - x(s) \\ x(s) = G_o(s)u(s) \\ u(s) = G_r(s)e(s) \end{cases}$	$\begin{cases} e(s) = w(s) - x_1(s) \\ x(s) = G_o(s)e(s) \\ x_1(s) = G_k(s)x(s) \end{cases}$
Transmitancja zastępcza $G_z(s) = x(s) / u(s)$	$\frac{G_o(s)G_r(s)}{G_o(s)G_r(s) + 1}$	$\frac{G_o(s)}{G_o(s)G_k(s) + 1}$
$G_z(s)$ po podstawieniu transmitancji elementów	$\frac{L_o(s)L_r(s)}{M_o(s)M_r(s) + L_o(s)L_r(s)}$	$\frac{M_k(s)L_o(s)}{M_o(s)M_k(s) + L_o(s)L_k(s)}$

gdzie:  $G_o(s) = \frac{L_o(s)}{M_o(s)}$     $G_r(s) = \frac{L_r(s)}{M_r(s)}$     $G_k(s) = \frac{L_k(s)}{M_k(s)}$

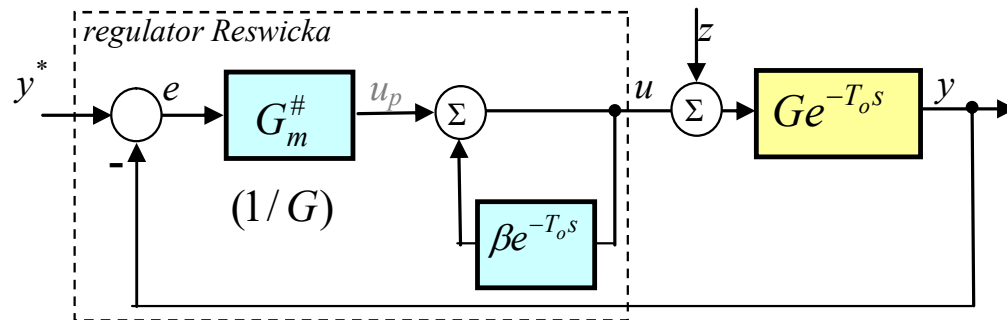
## Przykłady



$$\begin{cases} e = y^* - y \\ e_1 = e - y_m \\ y_m = y_1 - e^{-T_0s} y_1 \\ y_1 = Gu \\ u = Re_1 \\ y = Ge^{-T_0s} (u + z) \end{cases}$$

Dla  $G_m = G$ :

$$y = \frac{RG}{1+RG} e^{-T_0s} y^* + \frac{1+RG(1-e^{-T_0s})}{1+RG} Ge^{-T_0s} z$$



$$\begin{cases} e = y^* - y \\ u_p = G_m^# e \\ u = u_p + \beta e^{-T_0s} u \\ y = Ge^{-T_0s} (u + z) \end{cases}$$

$$y = \frac{G_m^# Ge^{-T_0s}}{1 + G_m^# Ge^{-T_0s} - \beta e^{-T_0s}} y^* + \frac{1 - \beta e^{-T_0s}}{1 + G_m^# Ge^{-T_0s} - \beta e^{-T_0s}} Ge^{-T_0s} z$$

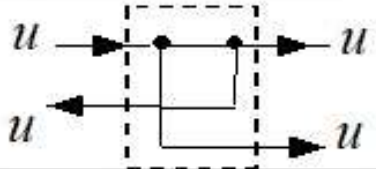
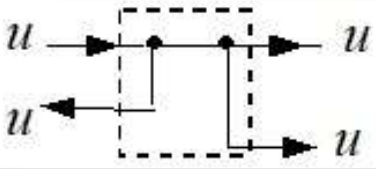
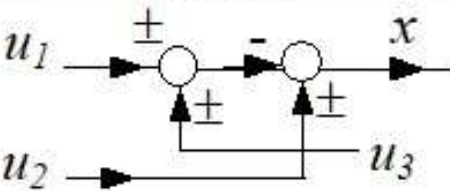
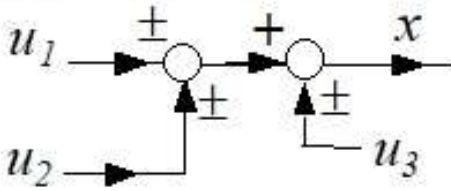
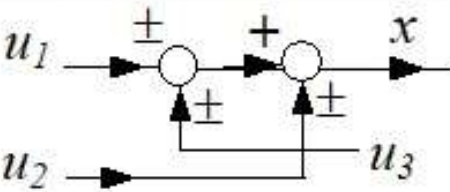
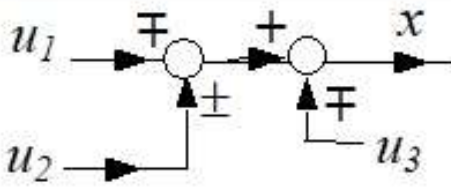
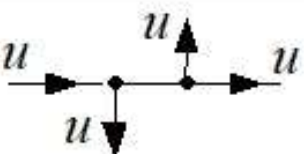
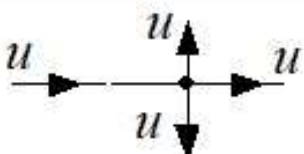
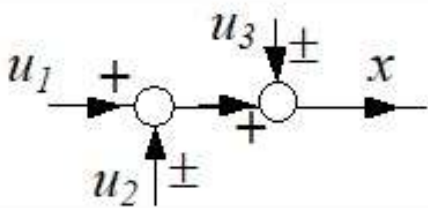
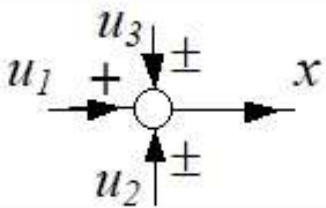
Założenie:  $G_m = G$  oraz  $G_m^# = G_m^{-1}$

$$y = \frac{e^{-T_0s}}{1 + e^{-T_0s} - \beta e^{-T_0s}} y^* + \frac{1 - \beta e^{-T_0s}}{1 + e^{-T_0s} - \beta e^{-T_0s}} Ge^{-T_0s} z$$

## Przekształcanie schematów – zasady (1)

lp.	Nazwa operacji	Równoważne schematy	
1	Połączenie szeregowe		
2	Połączenie równoległe		
3	Sprzężenie zwrotne (dodatnie i ujemne)  dla $G_2=1$ , sprzężenie pełne (jednostkowe)		

## Przekształcanie schematów – zasady (2)

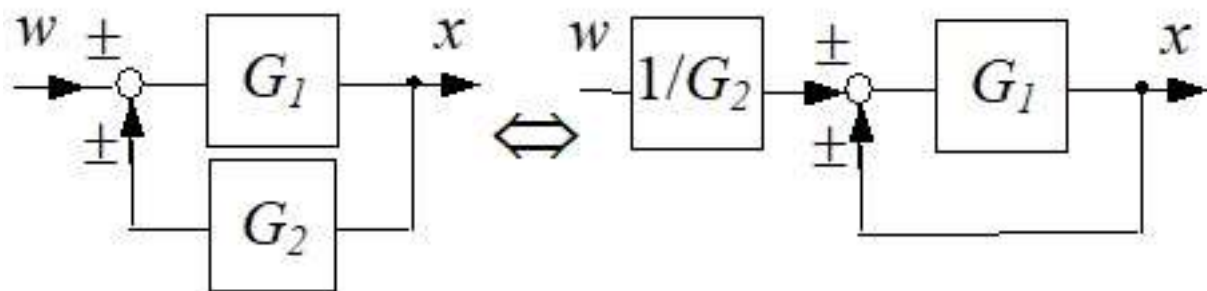
lp.	Nazwa operacji	Równoważne schematy	
5	Zmiana położenia węzłów zaczeponych		
6	Zmiana położenia węzłów sumacyjnych		
			
7	Łączenie/rozdzielanie węzłów zaczeponych		
8	Łączenie/rozdzielanie węzłów sumacyjnych		



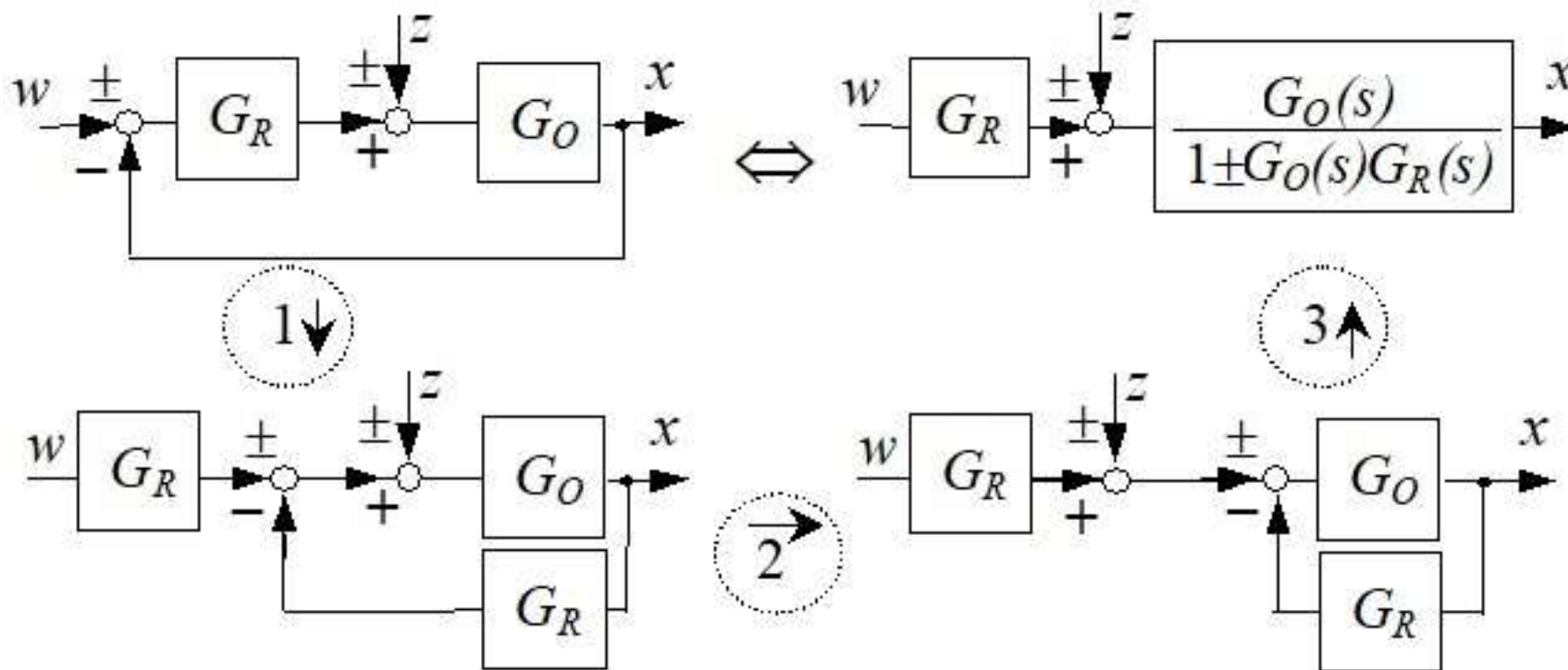
## Przekształcanie schematów – zasady (3)

lp.	Nazwa operacji	Równoważne schematy	
9	Przesuwanie węzła zaczepowego przed sumacyjny		
10	Przesuwanie węzła sumacyjnego przed zaczepowy		
11	Przesuwanie węzłów zaczepowych		
12	Przesuwanie węzłów sumacyjnych		

## Przykłady przekształcania

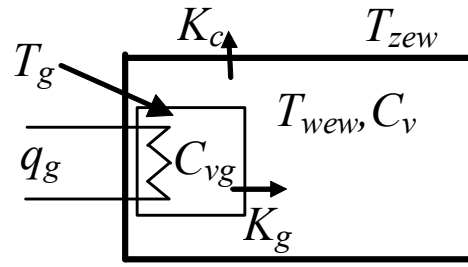


Przekształcenie układu sprzężenia zwrotnego



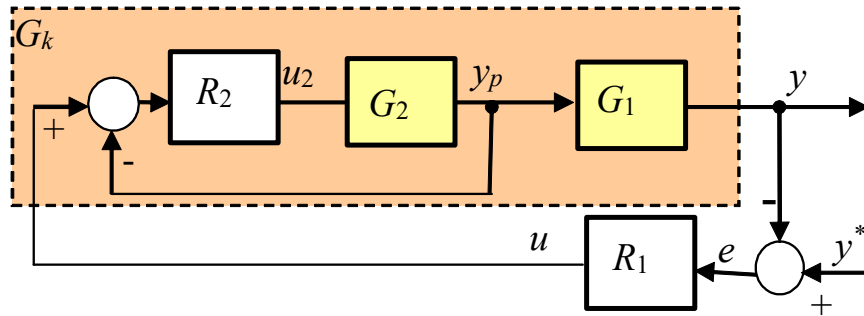
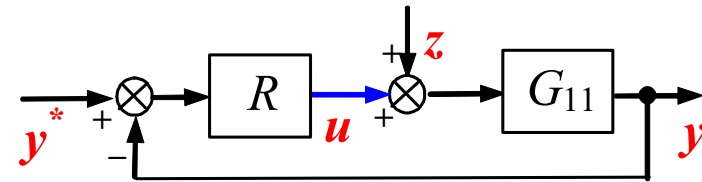
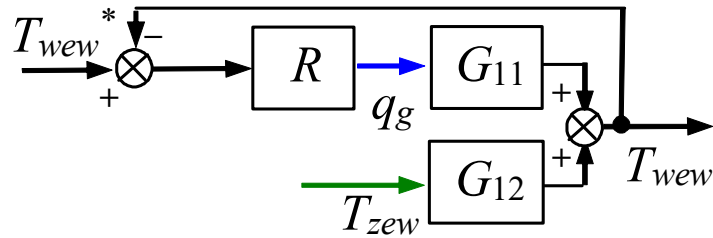
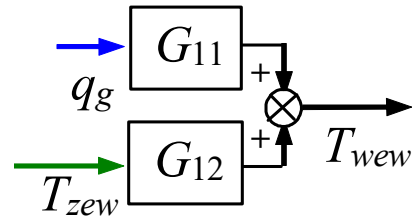
Przeniesienie sygnału zakłócającego ( $z$ ) w układzie regulacji

# Przykłady



$$T_{zew}(s) = G_{11}q_g(s) + G_{12}T_{zew}(s),$$

$$T_g(s) = G_{21}q_g(s) + G_{22}T_{zew}(s)$$



$$\frac{Y(s)}{U(s)} = G_1(s) \frac{R_2(s)G_2(s)}{1 + R_2(s)G_2(s)}$$

$$\frac{Y(s)}{Y^*(s)} =$$

# Przykłady - regulacja temperatury w pomieszczeniach

