

# Systemy dynamiczne – Lista 6

## Transformacja $\mathcal{Z}$ i jej własności\*

Maciej Filiński

**Zadanie 1.** Zweryfikować następujące własności transformacji  $\mathcal{Z}$ :

a)  $x_{n+1} \hat{=} zX(z) - zx_0$

b)  $\sum_{i=0}^n x_{n-i}y_i \hat{=} X(z)Y(z)$

c)  $x_{n-1} \hat{=} z^{-1}X(z) + x_{n-1}$

Wyznaczyć transformatę dyskretnego impulsu Diraca  $\delta_n$  oraz dyskretnego skoku jednostkowego  $1_n$ .

**Zadanie 2.** Rozwiązać równanie różnicowe:

a)  $y_n + 5y_{n-1} + 6y_{n-2} = u_n + 3u_{n-1}$ , gdzie  $y_{-1} = 2$ ,  $y_{-2} = 3$  oraz  $u_n = \delta_n$

b)  $y_n + 2y_{n-1} + y_{n-2} = 2u_n + u_{n-2}$ , gdzie  $y_{-1} = 0$ ,  $y_{-2} = 1$  oraz  $u_n = \delta_n$

c)  $y_n + 3y_{n-1} - y_{n-2} = u_n$ , gdzie  $y_{-1} = 0$ ,  $y_{-2} = 0$  oraz  $u_n = \delta_n$

d)  $y_n - 2y_{n-1} + 3y_{n-2} = u_{n-1} + 3u_{n-2}$ , gdzie  $y_{-1} = 2$ ,  $y_{-2} = 3$  oraz  $u_n = \delta_n$

e)  $y_n + 6y_{n-2} = u_n + u_{n-1} + u_{n-2}$ , gdzie  $y_{-1} = 1$ ,  $y_{-2} = 1$  oraz  $u_n = \delta_n$

f)  $y_n + y_{n-1} - 4y_{n-2} = -u_n + u_{n-1}$ , gdzie  $y_{-1} = 0$ ,  $y_{-2} = 0$  oraz  $u_n = \delta_n$

g)  $y_n - y_{n-1} = u_{n-1}$ , gdzie  $y_{-1} = 2$  oraz  $u_n = \delta_n$

---

\*Na podstawie list Prof. dr hab. Włodzimierza Greblickiego

h)  $y_n + 2y_{n-1} - y_{n-2} = u_n + \frac{1}{2}u_{n-1}$ , gdzie  $y_{-1} = 1$ ,  $y_{-2} = 1$  oraz  $u_n = 1_n$

i)  $y_n + 3y_{n-1} - 3y_{n-2} = u_n - u_{n-1}$ , gdzie  $y_{-1} = -2$ ,  $y_{-2} = -3$  oraz  $u_n = 1_n$

j)  $y_n - 3y_{n-1} + 2y_{n-2} = u_n - 3u_{n-1}$ , gdzie  $y_{-1} = -1$ ,  $y_{-2} = \frac{1}{2}$  oraz  $u_n = 1_n$

**Zadanie 3.** Wyznaczyć odpowiedź impulsową i skokową systemu o transmitancji

a)  $K(z) = \frac{1}{(z+1)(z+3)}$

k)  $K(z) = \frac{z^2+z}{(z+1)(z+3)}$

b)  $K(z) = \frac{1}{(z+1)^2(z+3)}$

l)  $K(z) = \frac{z}{(z-1)(z-\frac{1}{2})}$

c)  $K(z) = \frac{z}{(z+1)(z+2)}$

m)  $K(z) = \frac{2}{(z-1)(z+4)}$

d)  $K(z) = \frac{z^2+3}{(z+1)(z+2)}$

n)  $K(z) = \frac{2z+1}{(2z+3)(z-3)}$

e)  $K(z) = \frac{z}{3z+2}$

o)  $K(z) = \frac{z-2}{(z-1)(z+1)}$

f)  $K(z) = \frac{1}{3z+2}$

p)  $K(z) = \frac{2z+3}{(2z+1)(4z+3)}$

g)  $K(z) = \frac{z}{(3z+2)(4z-3)}$

q)  $K(z) = \frac{1}{(z-1)(z-2)}$

h)  $K(z) = \frac{1}{(z+1)(z+3)(z+2)}$

r)  $K(z) = \frac{z+2}{(z+1)(z+3)}$

i)  $K(z) = \frac{z^2+1}{(z+1)^2(z+3)}$

s)  $K(z) = \frac{1}{(z+1)^2(z-2)}$

j)  $K(z) = \frac{z}{(2z+1)(2z-3)}$

t)  $K(z) = \frac{1}{(5z+1)(5z+3)}$