

Systemy dynamiczne – Lista 4

Sterowalność i obserwowalność

Maciej Filiński

Zadanie 1. Wyznaczyć macierz $e^{\mathbf{A}t}$ jeżeli:

$$\text{a) } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -3 & -4 \end{bmatrix}$$

$$\text{d) } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\text{g) } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\text{b) } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\text{e) } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\text{h) } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{c) } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -3 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\text{f) } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{i) } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}$$

Dodatkowo dla zdeterminowanych:

$$\text{a) } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -3 & -4 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\text{b) } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 4 & 2 \end{bmatrix}$$

i dla szaleńców:

$$\text{a) } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

Zadanie 2. Zabadać sterowalność układu jeżeli

$$\text{a) } \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$\text{b) } \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t)$$

Zadanie 3. Zbadać obserwowalność systemów z zadania 2 jeżeli:

$$\text{a) } \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{b) } \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{c) } \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Zadanie 4. Dokonać wyboru zmiennych stanu i wyznaczyć macierze A , B i C dla transmitancji:

$$\text{a) } \frac{1}{s+1}$$

$$\text{d) } \frac{s+2}{s^2+7s+12}$$

$$\text{g) } \frac{s+3}{s^2-s-2}$$

$$\text{b) } \frac{1}{s^3+s^2+2s+1}$$

$$\text{e) } \frac{3}{s^2+s-2}$$

$$\text{h) } \frac{s+2}{s^3+2s^2+s+10}$$

$$\text{c) } \frac{1}{s^2+3s+2}$$

$$\text{f) } \frac{4}{s^2+6s}$$

$$\text{i) } \frac{s-1}{s^2+2s+1}$$

Zadanie 5. Dla systemu opisanego równaniem różniczkowym $Ty''(t) + y'(t) = ku(t)$ zaproponować zmienne stanu, wyznaczyć równanie stanu i wyjścia.

Zadanie 6. Rozważyć problem reprezentacji systemu $y(t) = ku'(t)$ w przestrzeni stanu.