Projektowanie UR z regulatorem PID

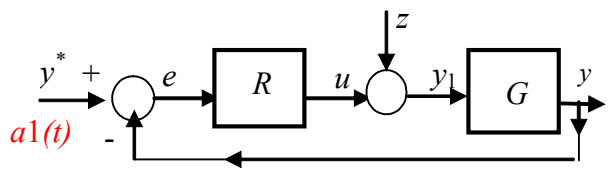
1. Założenia projektowe, wybór układu i regulatora
2. Dobór nastaw - zapewnienie stabilności
3. Ocena jakości – pomiar wskaźników jakości
   - błędy (statyczne i dynamiczne),
   - szybkość (czas regulacji),
   - zapas stabilności

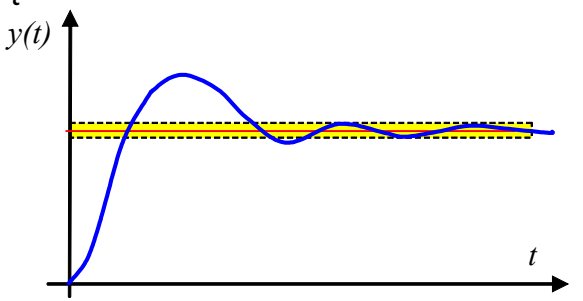
4. Optymalizacja – szybciej i dokładniej

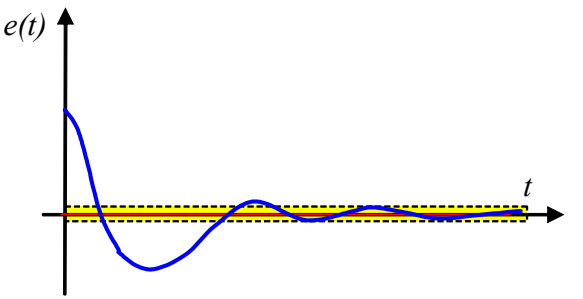
Ocena jakości – punkt pomiaru i zakłócenie

Podstawowe: skok y^*, reakcja y (PV) reakcja e

Jak układ odwzorowuje wartość zadaną?

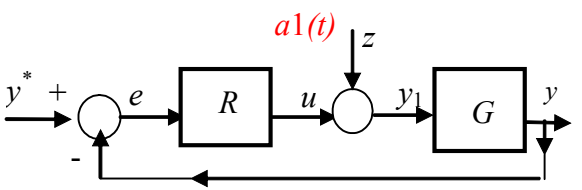


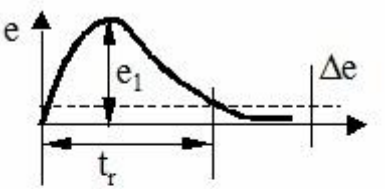


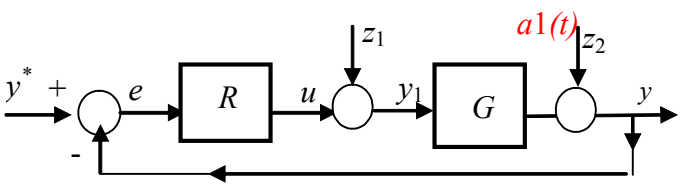


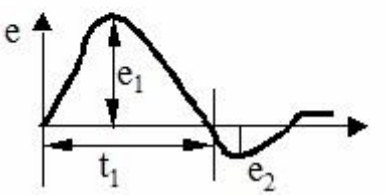
Inne: skok z, reakcja e

Jak układ tłumi zakłócenia działające na obiekt?





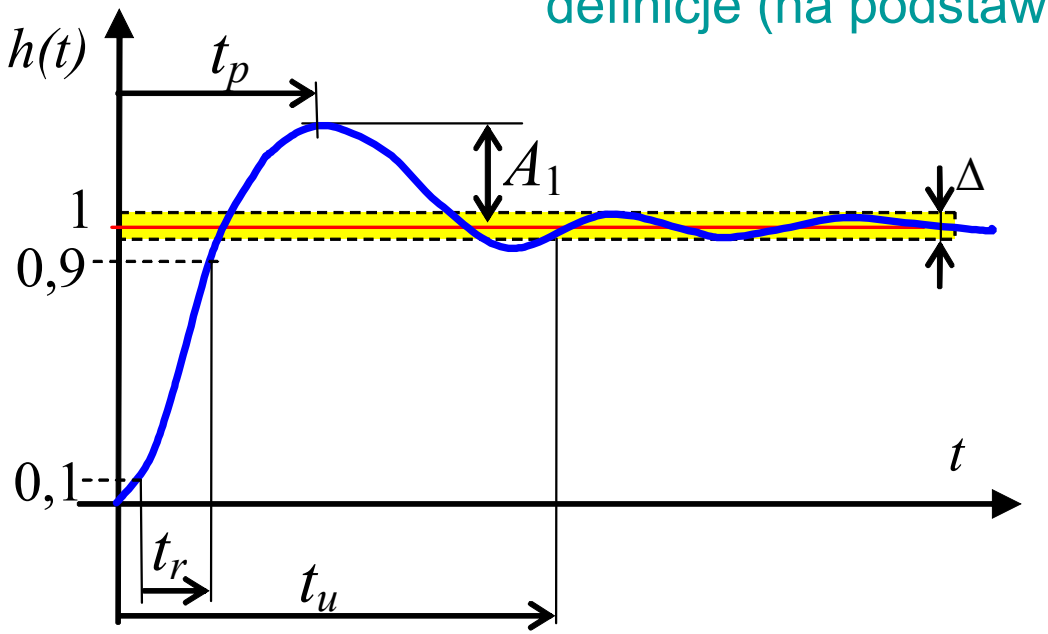


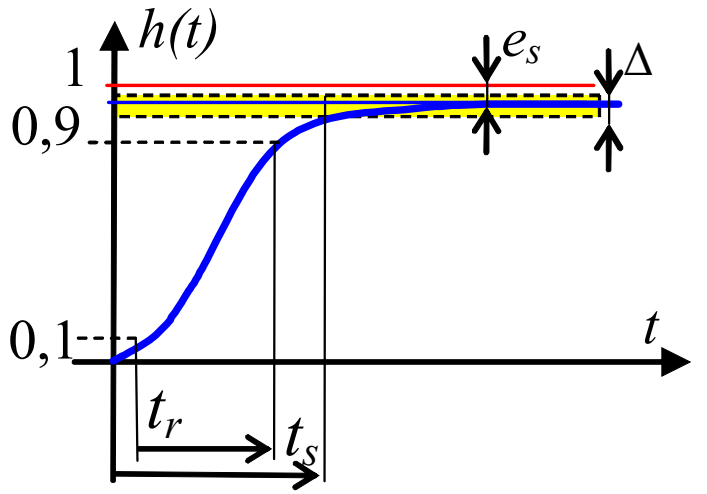


Czy regulacja jest możliwa (realna)? Obserwacja CV

Ocena jakości - wskaźniki bezpośrednie

definicje (na podstawie rekacji PV)





Błędy statyczne

e_s , e_k - uchyb ustalony (końcowy) — e_s – steady-state error

Δ — $\Delta = \pm 1\%$ ($\pm 5\%$)

Błędy statyczne

A_1 - przeregulowanie (e_1 - max uchyb dynamiczny) — M_p – overshoot

t_p - czas pierwszego przeregulowania — t_p - peak time

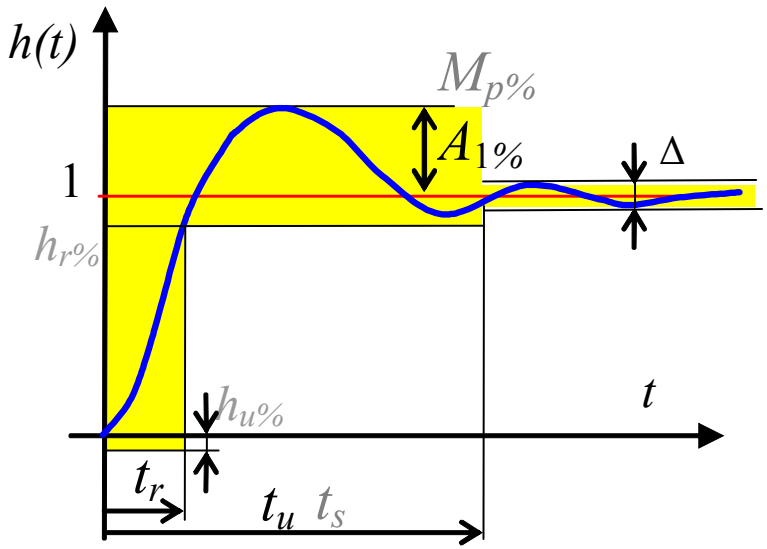
t_r - czas narostu — t_r – rise time

t_u, - czas regulacji (czas ustalania) — t_s – settling time

[Górecki/215] [Findeisen/117][Franklin/134]

Ocena jakości - wskaźniki bezpośrednie

projektowanie



Settling time t_s=3

Precent settling Δ =1

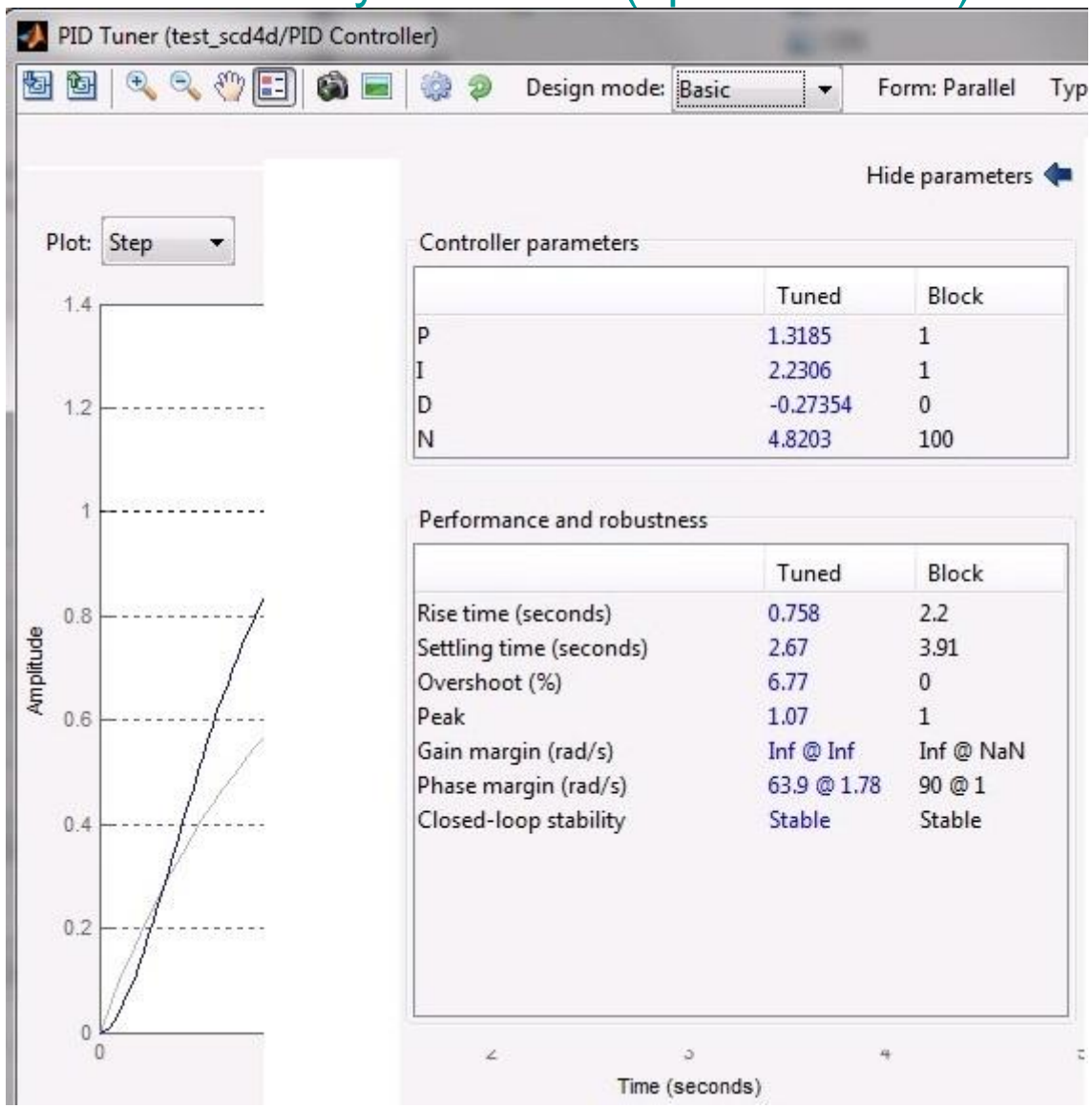
Precent overshoot $M_{p\%}$ =20

Rise time t_r =1

Precent rise $h_{r\%}$ =90

Precent undershoot $h_{u\%}$ =1

wyznaczanie (np. PID Tuner)



Ocena jakości - wskaźniki całkowe

definicje

Integral Error

$$I_{IE} = \int_0^\infty e(t)dt$$

I. of Squared Error

$$I_{ISE} = \int_0^\infty e^2(t)dt$$

$$\int_0^\infty \left(e^2(t) + a_1\dot{e}^2(t) + \ldots\right)dt$$

I.of Absolute Error

$$I_{IAE} = \int_0^\infty |e(t)|\,dt$$

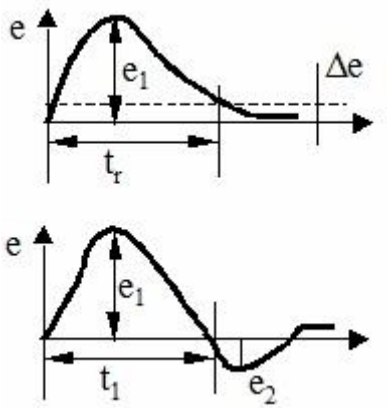
I. of Absolute Error
Multiplied by Time

$$I_{ITAE} = \int_0^\infty t\,|e(t)|\,dt$$

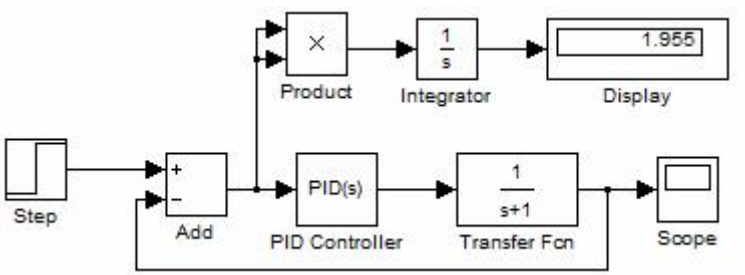
I.of Absolute Error
Multiplied by S.Time

$$I_{ISTAE} = \int_0^\infty t^2\,|e(t)|\,dt$$

UR z/bez przeregulowania



Wartość wskaźnika całkowego
(wartość końcowa niezależna od czasu symulacji)

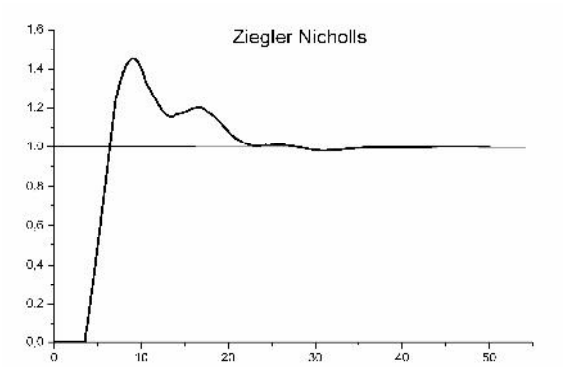


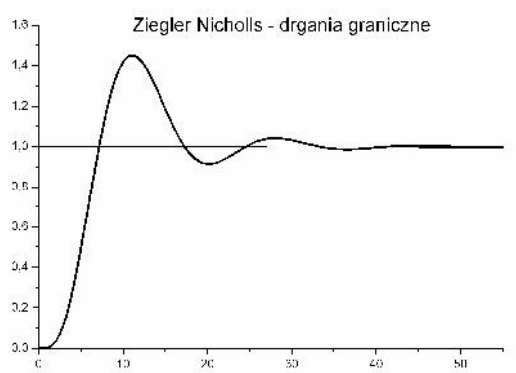
[Amborski/354][Górecki/213]

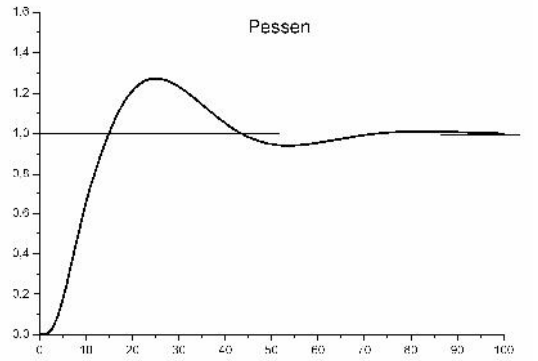
Ocena jakości i poprawa jakości

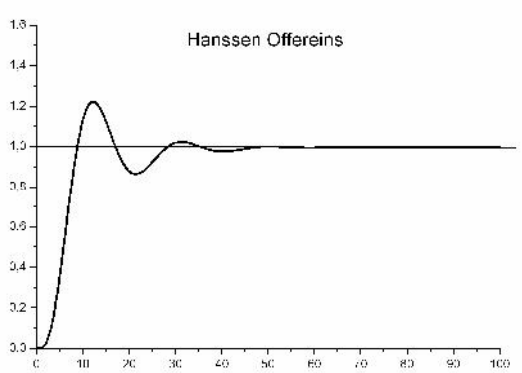
Które nastawy są najlepsze?

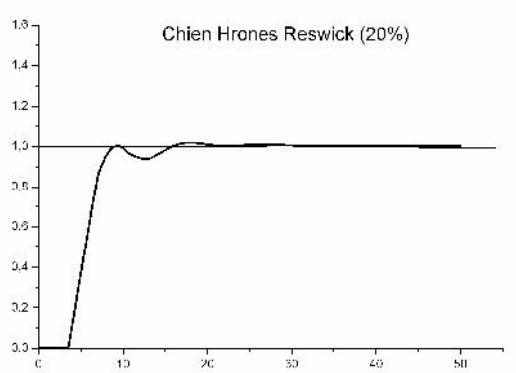
- Pod względem wybranego kryterium – wskaźniki bezpośrednie
- Pod względem kilku kryteriów – wskaźniki całkowe

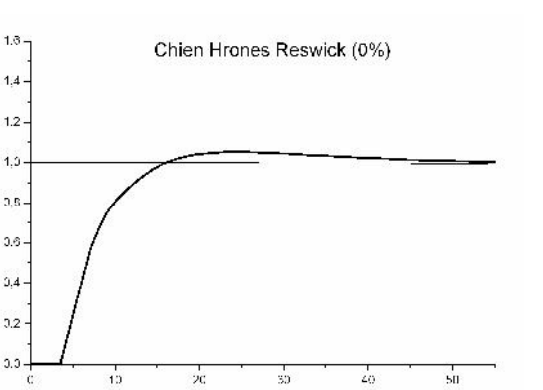












Optymalizacja – jak znaleźć lepsze nastawy?

- Pod względem wybranego kryterium
- Pod względem kilku kryteriów

Jakość UR na różnych etapach projektowania

1. Założenia projektowe
   - zakładana określona jakość UR

2. Dobór nastaw
   - wybór metody doboru nastaw:
     - powinna zapewnić stabilność - czy zapewnia? (na modelu, na obiekcie)
     - „obiecuje” pewną jakość

3. Ocena jakości
   - wybór wskaźników jakości
     - błądy statyczne i dynamiczne
     - wskaźniki bezpośrednie i całkowe
   - zapas stabilności, wrażliwość na zmianę nastaw

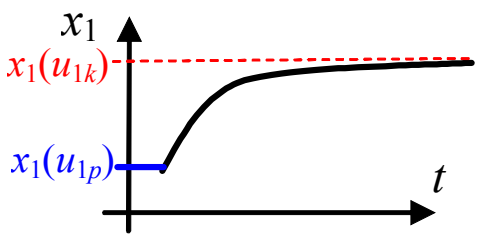
4. Optymalizacja
   - poprawa dokładności
   - przyspieszenie reakcji:
     - realność (przebieg CV)
     - wpływ na zapas stabilności

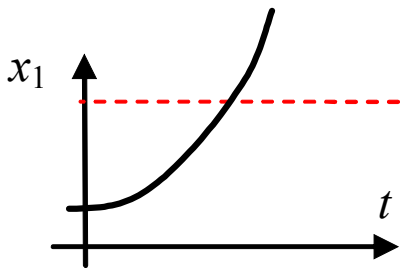
„silne” działanie regulatora (duże K, małe T_i) → szybsze działanie niestabilność

Stabilność – odpowiedzi skokowe (obiektu/układu)

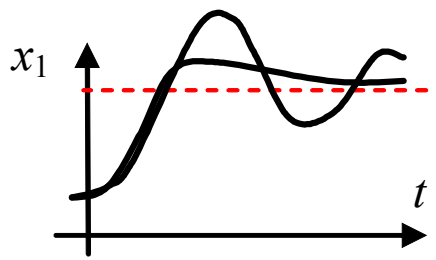
Stabilny obiekt/układ: ograniczona reakcja na ograniczone wymuszenie

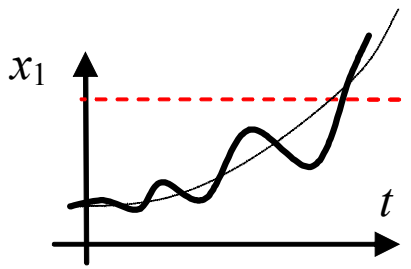
Składowe odpowiedzi: składowa wymuszona i składowe swobodne





$$A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t} + \ldots$$





$$A e^{\alpha t} \sin(\omega t + \varphi_1)$$

Bieguny układu *(s_1, s_2, ...)* – pierwiastki równania charakterystycznego

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \longrightarrow \det \begin{bmatrix} a_{11} - s & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} - s & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} - s \end{bmatrix} = 0$$

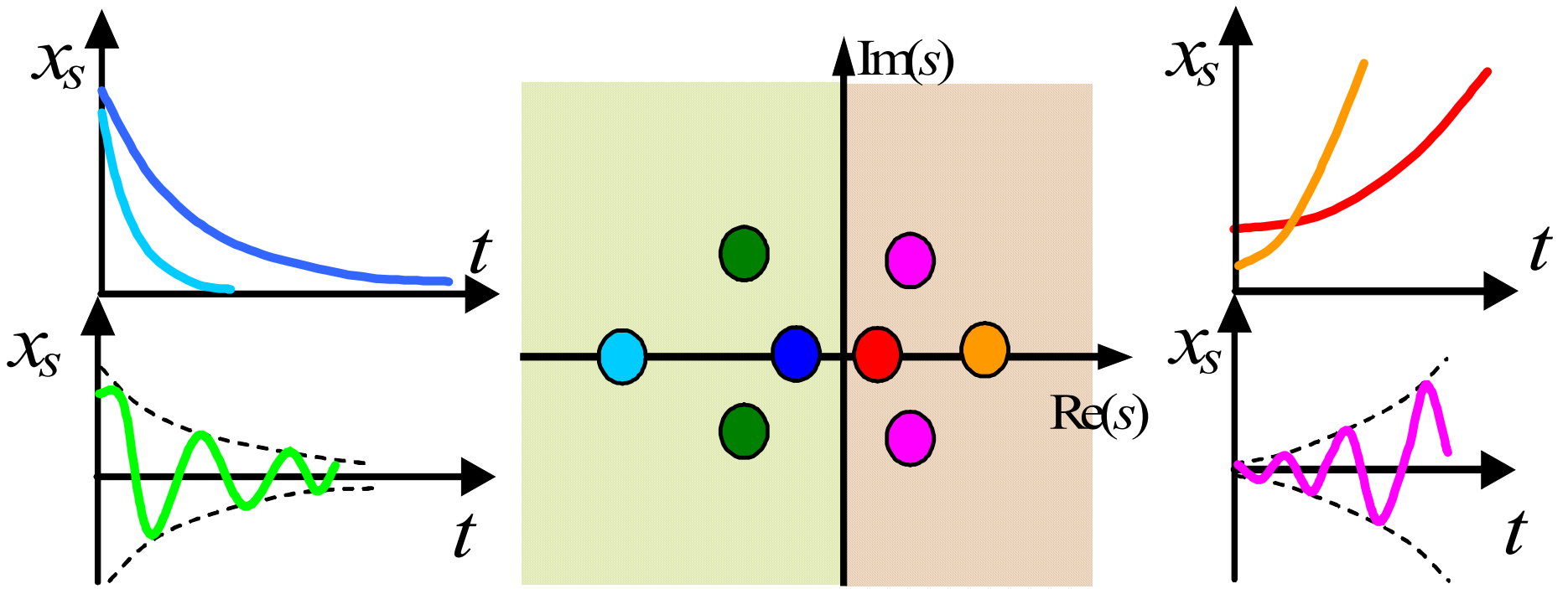
$$G(s) = \frac{b_m s^m + \ldots + b_0}{a_n s^n + \ldots + a_0} \longrightarrow a_n s^n + \ldots + a_0 = 0$$

Położenie biegunów – stabilność i charakter odpowiedzi

$$s_i = \alpha + j0$$

$$A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t}$$

Obiekt/układ jest stabilny, jeśli wszystkie składowe swobodne odpowiedzi układu zanikają z biegiem czasu



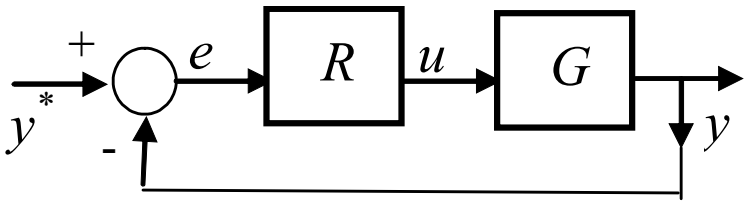
$$s_{i1,i2} = \alpha \pm j\omega$$

$$Ae^{\alpha t}\sin(\omega t + \varphi_1)$$

$$Ae^{\alpha t}\cos(\omega t - \varphi)$$

Obiekt/układ jest stabilny, jeśli wszystkie bieguny obiektu/układu leżą w lewej półpłaszczyźnie (tzn. mają ujemną część rzeczywistą)

Stabilność – bieguny obiektu a bieguny UR



$$\frac{Y}{Y^*} = G_z = \frac{RG}{1+RG}$$

$$R(s) = \frac{L_R(s)}{M_R(s)} \qquad G(s) = \frac{L_o(s)}{M_o(s)}$$

$$G_z = \frac{L_o(s)L_R(s)}{M_o(s)M_R(s) + L_o(s)L_R(s)}$$

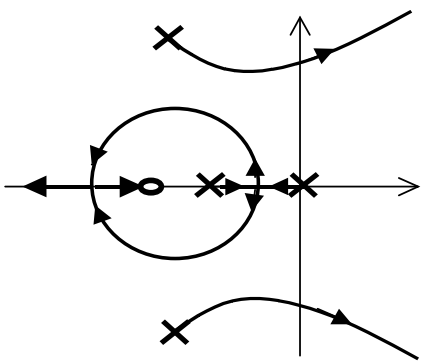
$$G_e = \frac{M_o(s)M_R(s)}{M_o(s)M_R(s) + L_o(s)L_R(s)}$$

Równanie charakterystyczne obiektu: $M_o(s) = 0$

Równanie charakterystyczne UR: $M_o(s)M_R(s) + L_o(s)L_R(s) = 0$

Przykład:

$$R = K_p + \frac{1}{T_i s} = \frac{K_p T_i s + 1}{T_i s} \qquad G = \frac{K}{(Ts+1)^2}$$



R.charakterystyczne obiektu: $(Ts+1)^2 = 0 \longrightarrow s_{1,2} = -1/T < 0$

R.charakterystyczne UR: $(Ts+1)^2 T_i s + K(K_p T_i s + 1) = 0$

$$T_i T^2 s^3 + 2T_i T s^2 + T_i (KK_p + 1)s + KK_p T_i s + K = 0 \longrightarrow s_1, s_2, s_3$$

Bieguny UR zależą od nastaw regulatora

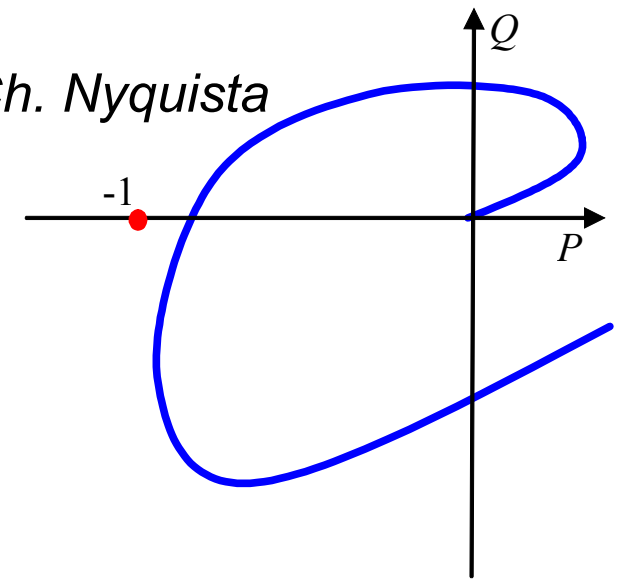
Stabilność – charakterystyka częstotliwościowa

$$G(s) = G(j\omega) = \frac{L(j\omega)}{M(j\omega)} = \frac{P_1(\omega) + jQ_1(\omega)}{P_2(\omega) + jQ_2(\omega)} = \frac{P_1P_2 + Q_1Q_2}{P_2^2 + Q_2^2} + j\frac{P_2Q_1 - P_1Q_2}{P_2^2 + Q_2^2}$$

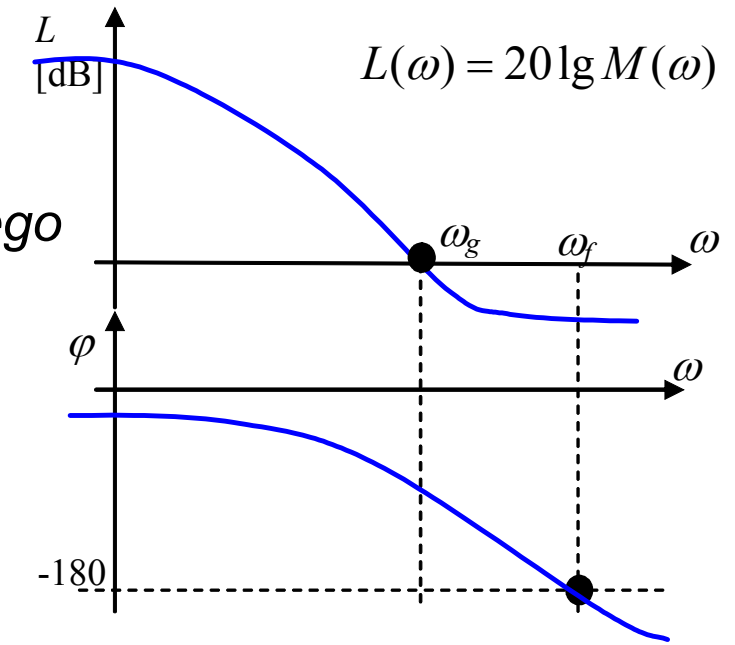
$$G(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega)$$

$$G(j\omega) = M(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$$

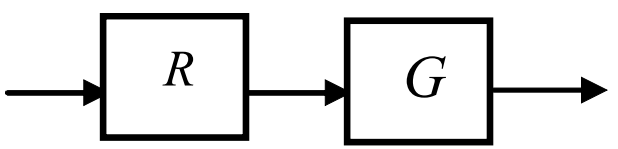
Ch. Nyquista



Ch. Bodego

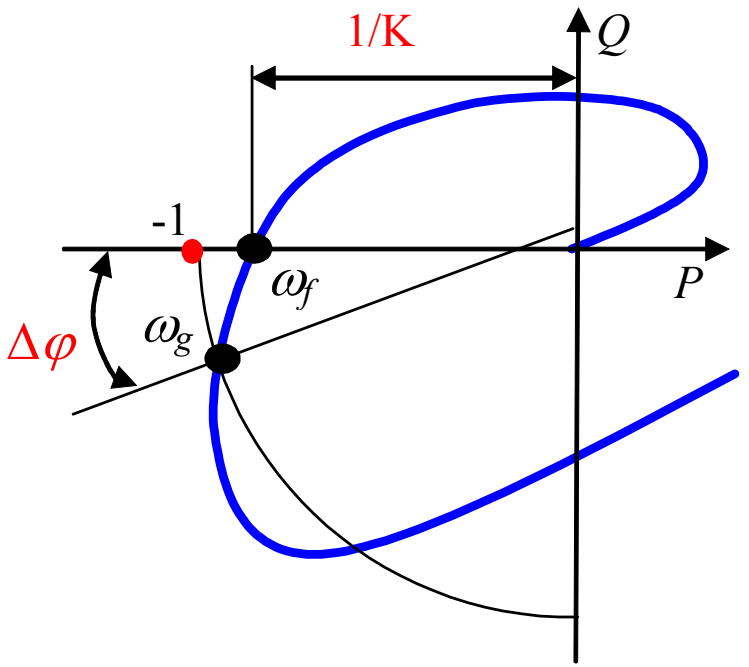


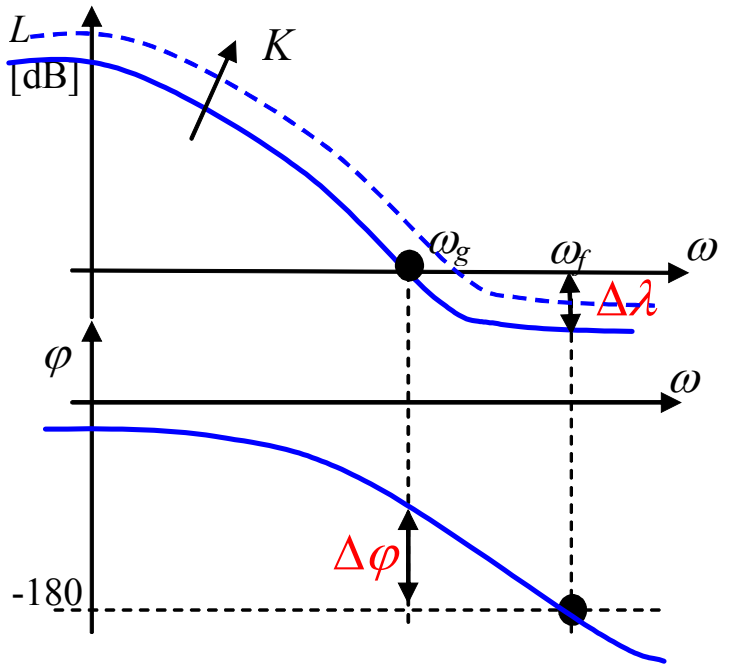
Charakterystyka częstotliwościowa układu otwartego $G_o = RG$



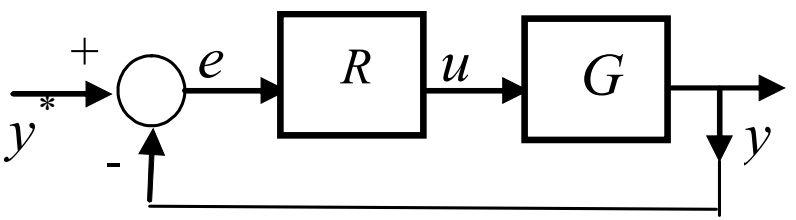
Stabilność – charakterystyka częstotliwościowa

Charakterystyka częstotliwościowa układu otwartego $G_o = RG$





Kryterium stabilności Nyquista,



jeśli układ otwarty jest stabilny, to
na podstawie ch-ki układu otwartego
- wnioskuje o stabilności układu zamkniętego
- wyznacza zapas stabilności

zapas stabilności: $K, \Delta\varphi$

Zapas modułu - krotność o jaką musiałoby wzrosnąć wzmocnienie przy niezmienionym argumencie układu otwartego, aby układ zamknięty znalazł się na granicy stabilności.
Zapas fazy - wartość zmiany argumentu transmitancji widmowej układu otwartego przy niezmiennym wzmocnieniu, która doprowadziłaby układ zamknięty do granicy stabilności.
Wrażliwość na zmianę nastaw – jaka zmiana wartości nastaw nie powoduje znaczącej zmiany jakości

Amoborski/297] [Franklin/353] [Kurman/325]