

Projekt układu sterowania = struktura+parametry

Wymagania/ograniczenia obiektowe

- opis technologiczny, założenia projektowe, warunki techniczne

I. Wybór układu i regulatora

- cel: wybór struktury układu i typu regulatora
- sposób: wiedza+doświadczenie

II. Synteza parametryczna

- cel: spełnić wymaganie stabilności, (pewnej dokładności)
- sposób: dobór nastaw/parametrów (analitycznie, symulacyjnie)

III. Ocena jakości

- cel: ocenić szybkość, dokładność, zapas stabilności
- sposób: badania symulacyjnie na modelu (i na obiekcie)

IV. Optymalizacja

- cel: poprawić jakość sterowania (szykość, dokładność)
- sposób: wybór kryterium, strojenie parametrów

Projekt układu sterowania = struktura+parametry

Wymagania/ograniczenia obiektowe

- czas opóźnienia, dominujące stałe czasowe
- samowyrównanie / astatyczność
- rząd obiektu (modelu przybliżającego)
- liniowość / nieliniowość
- zmienne: PV (bezpośrednia, pośrednia), CV (wybór),
SP (stała, programowana, losowa), zakłócenia (miejsce, czas, kształt)

I. Struktura układu sterowania

- układ otwarty / zamknięty
- układ jednoobwodowy / wieloobwodowy / MBC / wielowymiarowy
- regulator binarny / ciągły PID / AI

II. Synteza parametryczna

- zapewnić stabilność z określonym zapasem stabilności, (pewnej dokładności)

III. Ocena jakości

- ocenić uzyskaną jakość (dokładność statyczną), szybkość, zapas stabilności
- wybór wskaźników (bezpośrednie i uniwersalne)

IV. Optymalizacja

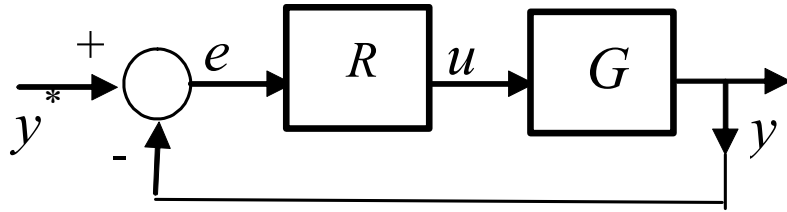
- wybór kryterium (wskaźniki bezpośrednie/całkowe/uniwersalne)
- metoda strojenia parametrów

co wiemy

co chcemy

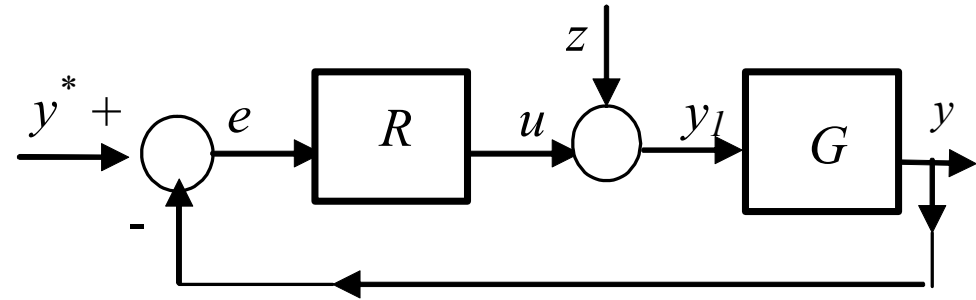
II

Synteza parametryczna jednoobwodowego układu regulacji ciągłej PID



$$\begin{bmatrix} E \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_e \\ G_z \end{bmatrix} \cdot [Y^*]$$

$$\begin{bmatrix} E \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{1+RG}{RG} \\ \frac{RG}{1+RG} \end{bmatrix} \cdot [Y^*]$$



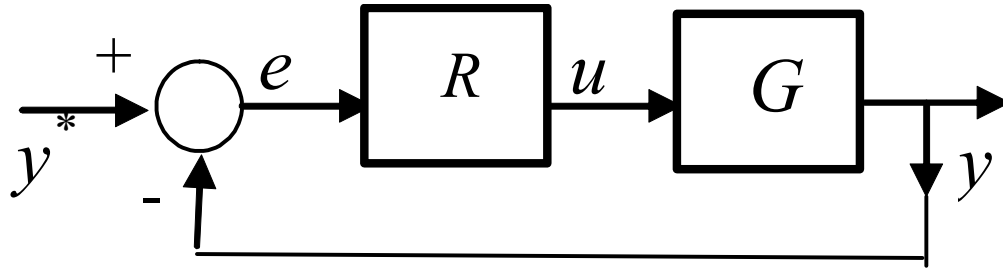
$$\begin{bmatrix} E \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_e & G_{ez} \\ G_z & G_{yz} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Y^* \\ Z \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} E \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & G \\ \frac{1+RG}{RG} & \frac{-G}{1+RG} \\ \frac{RG}{1+RG} & \frac{1}{1+RG} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Y^* \\ Z \end{bmatrix}$$

Funkcje Matlab (Control Toolbox)

- definicja modeli: *ss, tf, zpk, ...*
- łączenie modeli: *series, parallel, feedback*

1) Położenie biegunów układu zamkniętego G_z



$$G_z = \frac{Y}{Y^*} = \frac{RG}{1 + RG}$$

$$G_e = \frac{E}{Y^*} = \frac{1}{1 + RG}$$

Pierwiastki r.charakterystycznego G_z

$$G(s) = \frac{L_o(s)}{M_o(s)}$$

$$G_z = \frac{L_o(s)L_R(s)}{M_o(s)M_R(s) + L_o(s)L_R(s)}$$

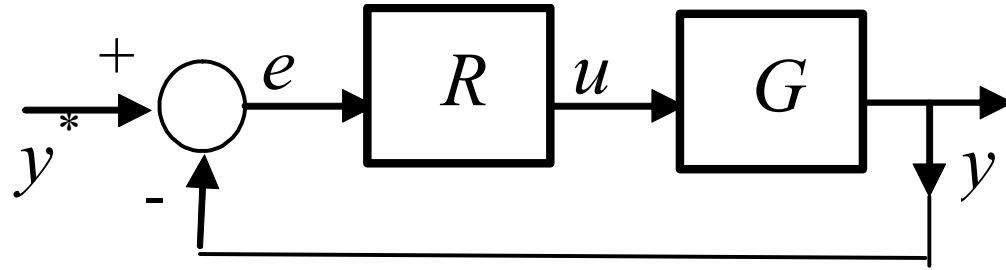
$$R(s) = \frac{L_R(s)}{M_R(s)}$$

$$G_e = \frac{M_o(s)M_R(s)}{M_o(s)M_R(s) + L_o(s)L_R(s)}$$

$$M_o(s)M_R(s) + L_o(s)L_R(s) = 0$$

- wyznaczenie (obliczenie) pierwiastków r. charakterystycznego
- zastosowanie kryterium położenia r.charakt., np. Routha, Hurwitza
- metoda linii pierwiastkowych

CACSD: Linie pierwiastkowe układu zamkniętego



$$R(s) = k$$

$$G(s) = \frac{L_o(s)}{M_o(s)} = \frac{(s - z_1)(s - z_2)\dots(s - z_m)}{(s - b_1)(s - b_2)\dots(s - b_n)} = \frac{Z(s)}{P(s)} \quad , m \leq n$$

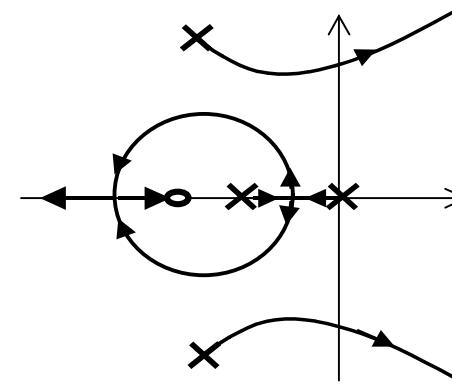
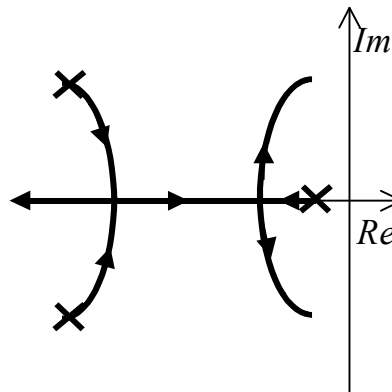
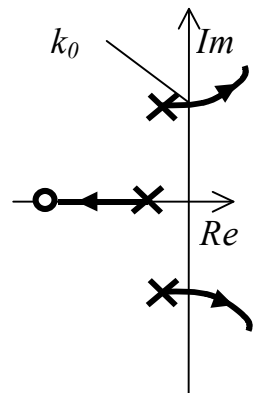
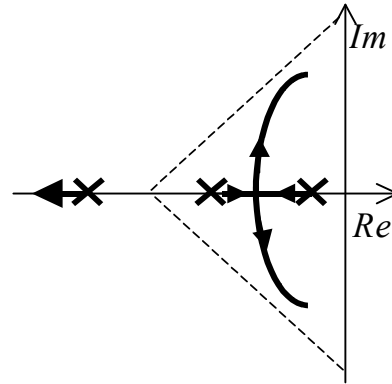
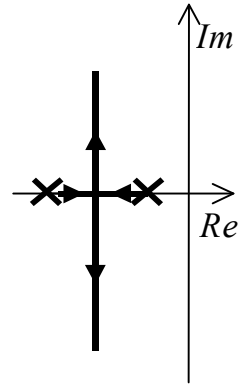
$$G_e(s) = \frac{1}{1 + G_R(s)G_o(s)} = \frac{M(s)}{M(s) + kL(s)}$$

$$G_e(s) = \frac{(s - b_1)(s - b_2)\dots(s - b_n)}{(s - b_1)(s - b_2)\dots(s - b_n) + k(s - z_1)(s - z_2)\dots(s - z_m)}$$

$$\underbrace{(s - b_1)(s - b_2)\dots(s - b_n) + k(s - z_1)(s - z_2)\dots(s - z_m)}_{k = 0, P(s) = 0} = 0 \quad \underbrace{(s - b_1)(s - b_2)\dots(s - b_n) + k(s - z_1)(s - z_2)\dots(s - z_m)}_{k = \infty, Z(s) = 0} = 0$$

CACSD: Linie pierwiastkowe układu zamkniętego

Przykłady



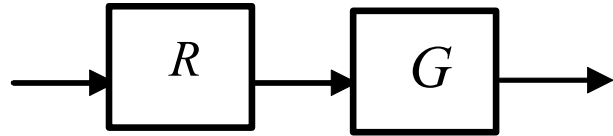
niestabilny dla $k > k_0$

Matlab/Control (root locus design)

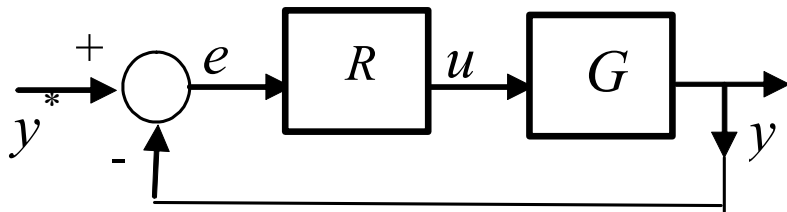
`rlocus(SYS)`
`rlocfind(SYS)`
`rltool(SYS)`

Scilab/CACSD (Evans root locus)

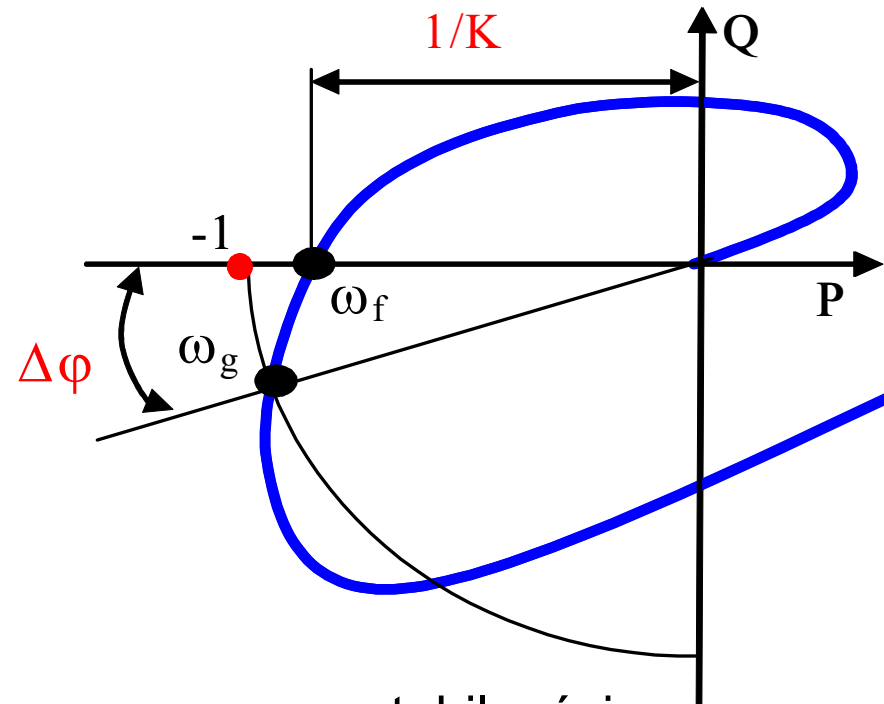
`evans(SYS)`
`kpure(SYS)`
`krac2(SYS)`

2) Charakterystyka częstotliwościowa układu otwartego $G_o=RG$ 

$$G_o(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega)$$



Kryterium stabilności (u.z.) Nyquista



zapas stabilności:

 $K, \Delta\varphi$

Zapas modułu - krotność o jaką musiałoby wzrosnąć wzmocnienie przy niezmiennym argumencie układu otwartego, aby układ zamknięty znalazł się na granicy stabilności.

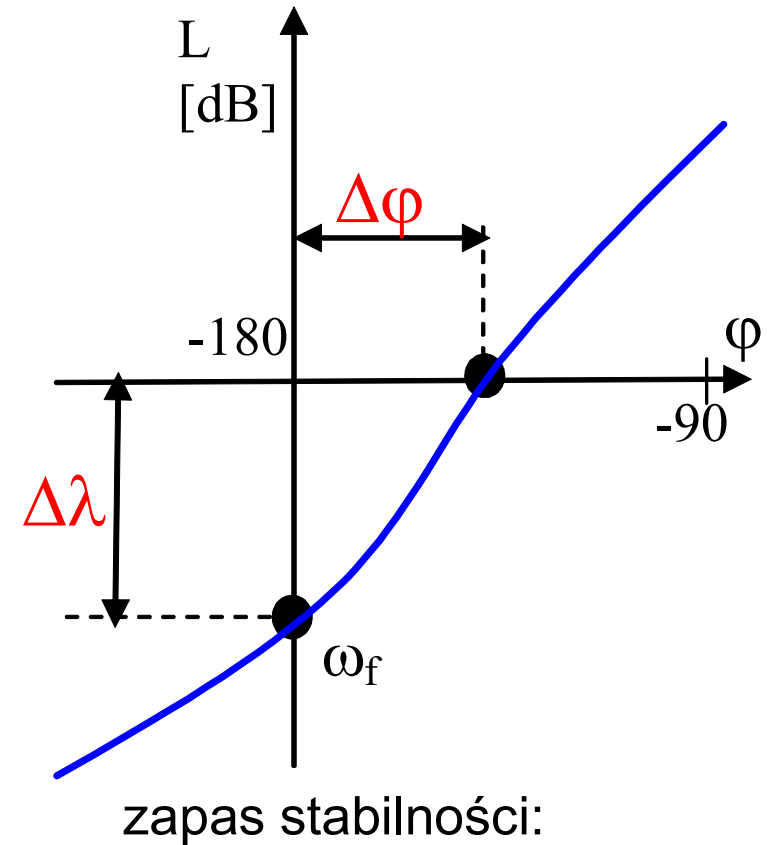
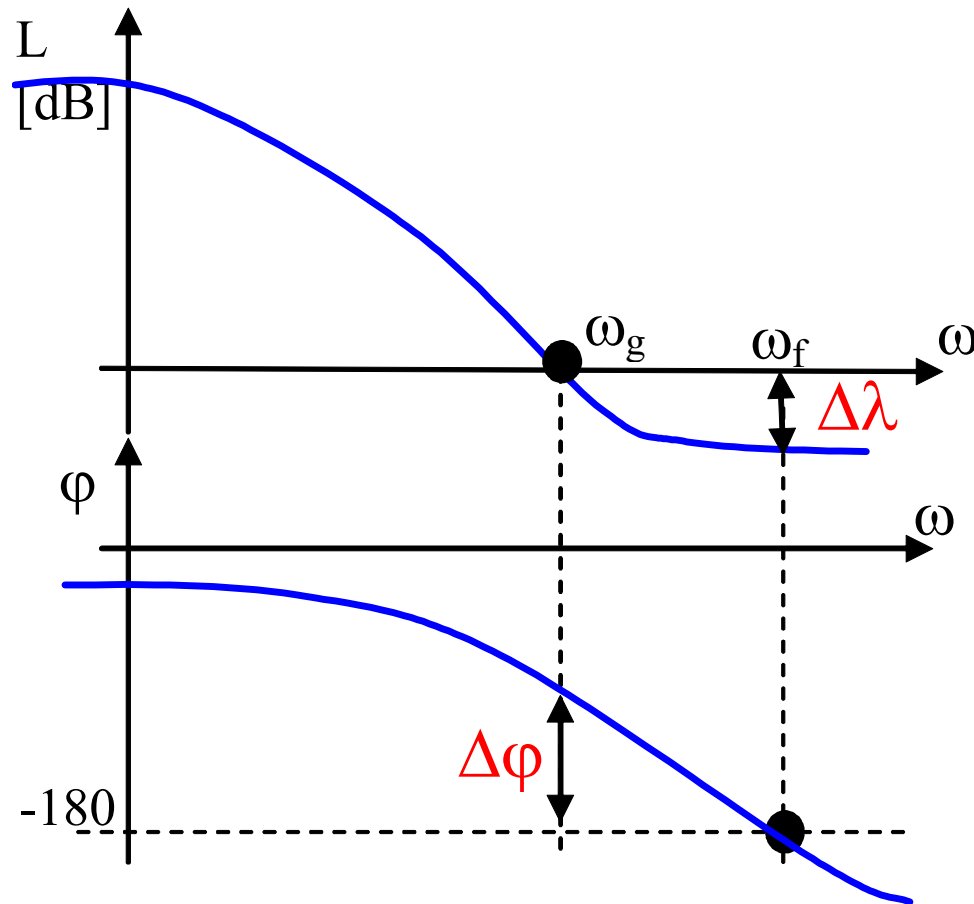
Zapas fazy - wartość zmiany argumentu transmitancji widmowej układu otwartego przy niezmiennym wzmocnieniu, która doprowadziłaby układ zamknięty do granicy stabilności.

Wrażliwość na zmianę nastaw – jaka zmiana wartości nastaw nie powoduje znaczącej zmiany jakości

Matlab: nyquist, margin

2) Charakterystyka częstotliwościowa układu otwartego $G_o=RG$

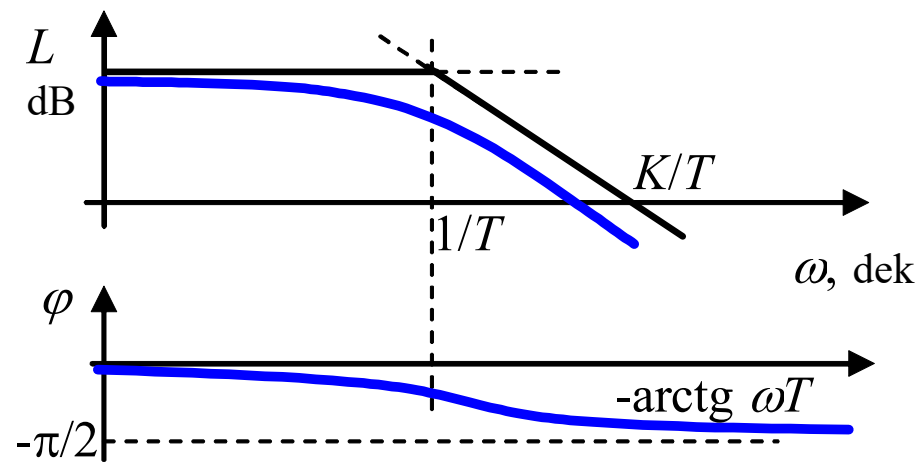
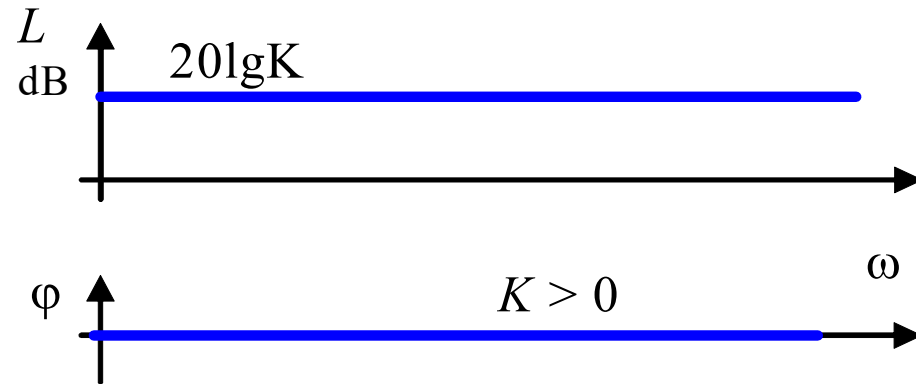
$$L(\omega)=20\lg|G_o(j\omega)|$$



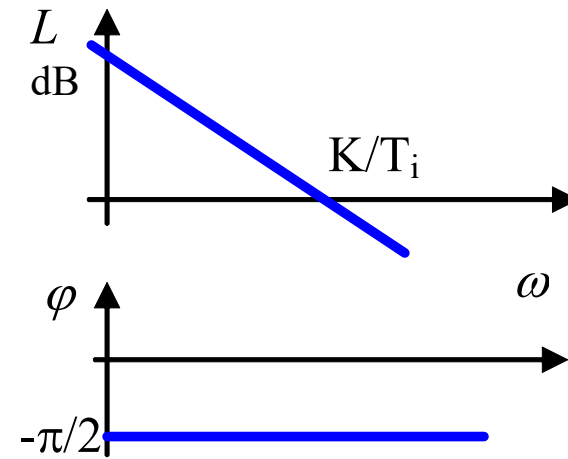
$$\Delta\lambda=20 \lg K, \quad \Delta\phi$$

Układy strukturalnie stabilne/niestabilne

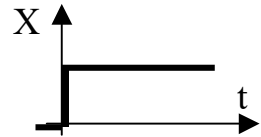
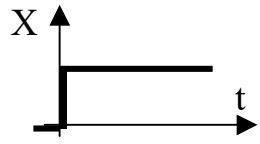
$$G_1 = \frac{K}{T_1 s + 1} \quad G_2 = K$$



$$G_1 = \frac{K}{s} \quad G_2 = \frac{K}{s}$$

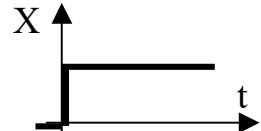
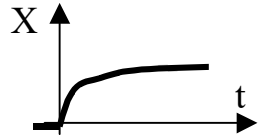


Układy strukturalnie stabilne



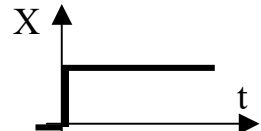
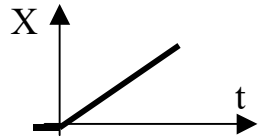
$$G_1 = k$$

$$G_2 = k$$



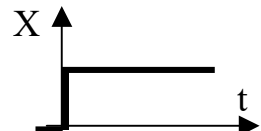
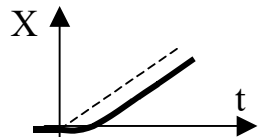
$$G_1 = \frac{k}{T_1 s + 1}$$

$$G_2 = k$$



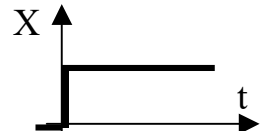
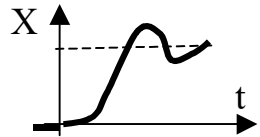
$$G_1 = \frac{k}{s}$$

$$G_2 = k$$



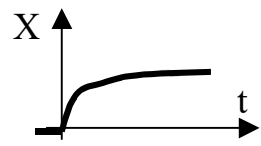
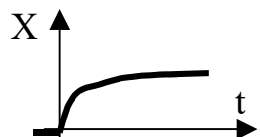
$$G_1 = \frac{k}{s(T_1 s + 1)}$$

$$G_2 = k$$



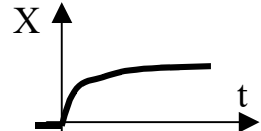
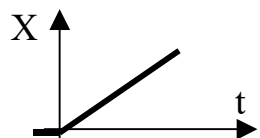
$$G_1 = \frac{k}{T_2 s^2 + T_1 s + 1}$$

$$G_2 = k$$



$$G_1 = \frac{k}{T_1 s + 1}$$

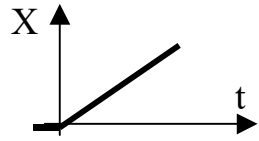
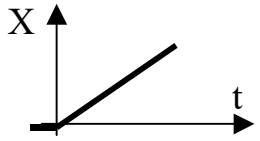
$$G_2 = \frac{k}{T_1 s + 1}$$



$$G_1 = \frac{k}{s}$$

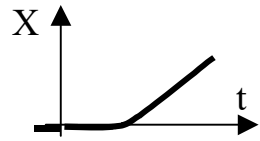
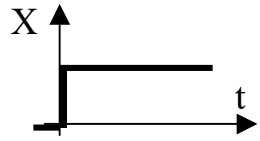
$$G_2 = \frac{k}{T_1 s + 1}$$

Układy strukturalnie niestabilne



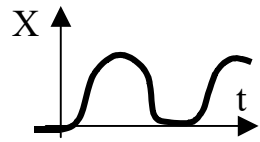
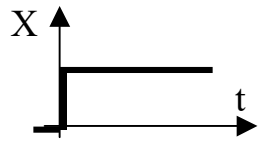
$$G_1 = \frac{k}{s}$$

$$G_2 = \frac{k}{s}$$



$$G_1 = \frac{k}{s^2}$$

$$G_2 = k$$



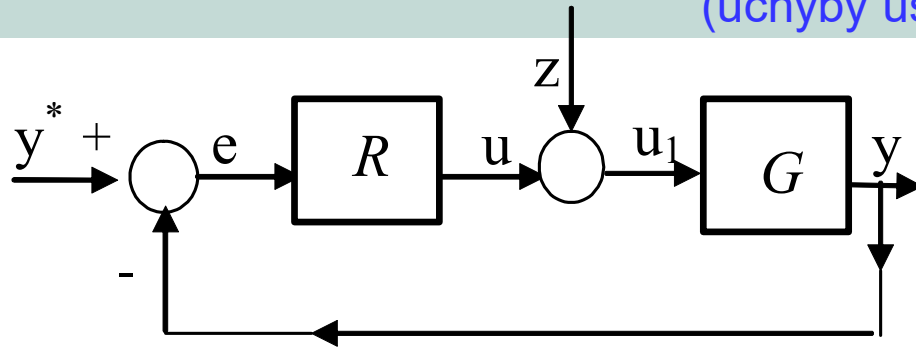
$$G_1 = k$$

$$G_2 = \frac{k}{T_1^2 s^2 + 1}$$

Niestabilny obiekt

Niestabilny regulator

Dokładność statyczna (uchyby ustalone)



$$Y = \frac{RG}{1+RG} Y^* + \frac{-G}{1+RG} Z$$

$$E = \frac{1}{1+RG} Y^* + \frac{G}{1+RG} Z$$

$$Y(s) = G_z(s)Y^*(s) + G_{yz}(s)Z(s)$$

$$y_k = \lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sY(s)$$

$$E(s) = G_e(s)Y^*(s) + G_{ez}(s)Z(s)$$

$$e_k = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s)$$

$$e_k = \lim_{s \rightarrow 0} sY^*(s)G_e(s) + \lim_{s \rightarrow 0} sZ(s)G_{ez}(s)$$

$$e_k = e_{Yk} + e_{Zk}$$

$$\frac{e_{Yk}}{Y^*} \cdot 100\% \quad \frac{e_{Zk}}{Y_{\max}} \cdot 100\%$$

uchyby
statyczny

uchyby
nadażania

uchyby
zakłóceniewy

$$e_k = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s)$$

$$E = \frac{1}{1 + RG} Y^* + \frac{G}{1 + RG} Z$$

$$\text{dla: } G(s) = \frac{L_o(s)}{M_o(s)} \quad R(s) = \frac{L_R(s)}{M_R(s)}$$

$$E = \frac{M_R}{M_R M_o + L_o L_R} [M_o Y^* + L_o Z]$$

$$\text{dla: } Y^*(s) = y_0 \cdot 1/s, \quad Z(s) = z_0 \cdot 1/s$$

$$e_s = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{M_R}{M_R M_o + L_R L_o} (M_o y_0 + L_o z_0) = \frac{M_R(0)}{M_R(0) M_o(0)} (M_o(0) y_0 + L_o(0) z_0)$$

$$e_s = 0 \text{ jeśli } M_R(0) = 0$$

$$M_R(s) = s^n M_R^{l'}(s)$$

- **Kryteria dla standardowego sygnału zewnętrznego**

- 1) bezpośrednie parametry odpowiedzi skokowej

- uchyb ustalony
- przeregulowanie (max uchyb dynamiczny)
- oscylacyjność
- czas regulacji

- 2) całkowite wskaźniki odpowiedzi skokowej

- IE, ISE, ISEG, IAE, ITAE

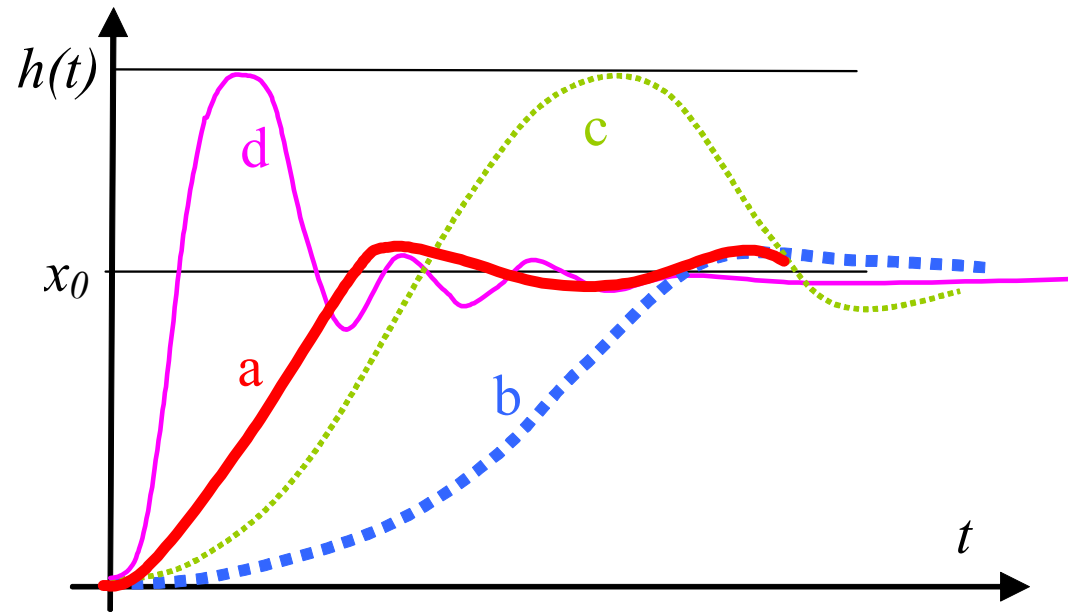
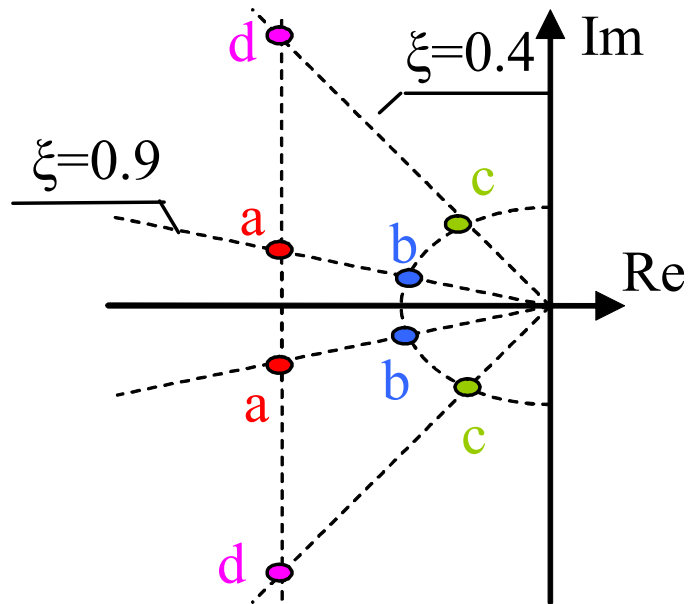
- **Kryteria uniwersalne**

- 3) położenie pierwiastków

- 4) parametry ch.częstotliwościowych

- a) układu zamkniętego
- b) układu otwartego

kryteria dla sygnału standardowego \Leftrightarrow kryteria uniwersalne



$$\ddot{x}(t) + 2\xi \omega_n \dot{x}(t) + \omega_n^2 x(t) = \omega_n^2 u(t)$$

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi \omega_n s + \omega_n^2}$$

$$G(s) = \frac{1}{T_n^2 s^2 + 2\xi T_n s + 1}$$

ω_n – pulsacja drgań własnych nietłumionych
 T_n – okres drgań własnych nietłumionych
 ξ – współczynnik tłumienia względnego 16

położenie biegunów a parametry równania oscylacyjnego

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

$$G(s) = \frac{1}{T_n^2 s^2 + 2\xi T_n s + 1}$$

$$\begin{aligned} x_s(t) &= A_1 e^{(-\sigma + j\omega_r)t} + A_1 e^{(-\sigma - j\omega_r)t} = \\ &= e^{-\sigma t} (B_1 \cos \omega_r t + B_2 \sin \omega_r t) = \\ &= A e^{-\sigma t} \sin(\omega_r t + \varphi) \end{aligned}$$

$$s_{1,2} = \alpha \pm j\omega_r = -\sigma \pm j\omega_r$$

$$\alpha = -\xi\omega_n, \quad \omega_r = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2}$$

$$\sigma = \xi\omega_n,$$

$$T_n = 1 / \omega_n > 0$$

ξ – współczynnik tłumienia względnego

ω_n – pulsacja drgań własnych nietłumionych ($\xi=0$)

T_n – okres drgań własnych nietłumionych

ω_r – pulsacja drgań własnych tłumionych

$$u(t) = 1(t) \quad x(0) = 0 \quad \dot{x}(0) = 0$$

$$x(t) = 1 - e^{-\sigma t} \left(\cos \omega_r t + \frac{\sigma}{\omega_r} \sin \omega_r t \right) = 1 - A e^{-\sigma t} \sin(\omega_r t + \varphi)$$

$$A = \omega_n / \omega_r$$

położenie biegunów a parametry równania oscylacyjnego

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

$$s_{1,2} = \alpha \pm j\omega_r = -\sigma \pm j\omega_r$$

$$\alpha = -\xi\omega_n, \quad \omega_r = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2}$$

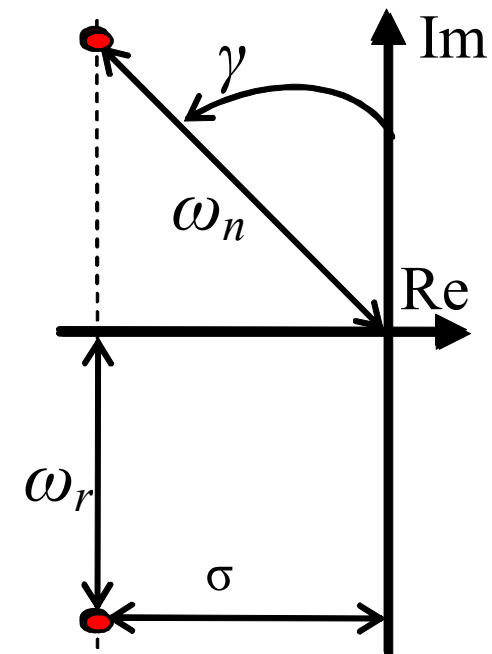
$$\sigma = \xi\omega_n,$$

$$u(t) = 1(t) \quad x(0) = 0 \quad \dot{x}(0) = 0$$

$$x(t) = 1 - Ae^{-\sigma t} \sin(\omega_r t + \varphi)$$

$$\sqrt{\sigma^2 + \omega_r^2} = \sqrt{(-\xi\omega_n)^2 + (\omega_n \sqrt{1 - \xi^2})^2} = \omega_n$$

$$\sin \gamma = \frac{|\alpha|}{\sqrt{\alpha^2 + \omega_r^2}} = \frac{\xi\omega_n}{\sqrt{\xi^2\omega_n^2 + \omega_n^2(1 - \xi^2)}} = \xi$$



położenie biegunów a bezpośrednio wskaźniki jakości

$$\ddot{x}(t) + 2\xi\omega_n \dot{x}(t) + \omega_n^2 x(t) = \omega_n^2 u(t)$$

$$x(t) = 1 - e^{-\sigma t} \left(\cos \omega_r t + \frac{\sigma}{\omega_r} \sin \omega_r t \right)$$

$$s_{1,2} = -\sigma \pm j\omega_r$$

Przeregulowanie A_1 $\dot{x}(t) = 0$

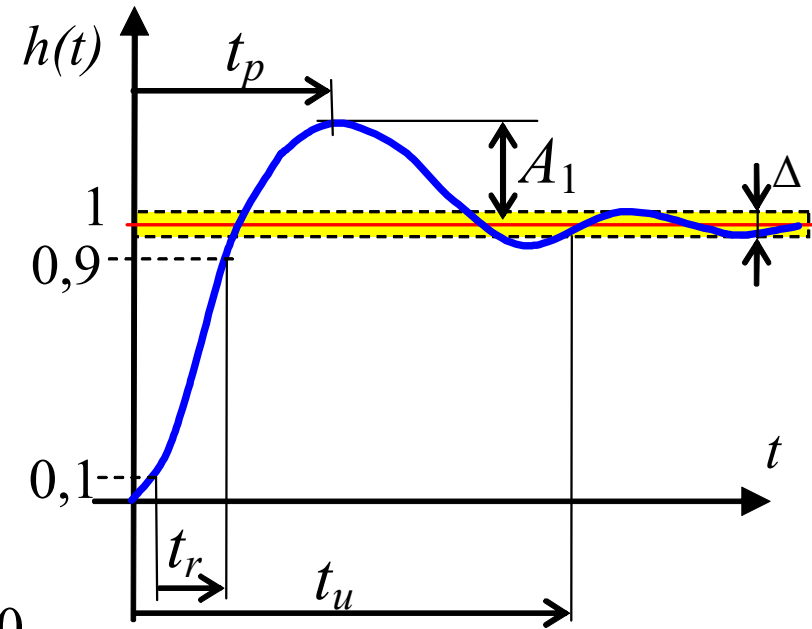
$$\dot{x}(t) = e^{-\sigma t} \left(\frac{\sigma^2}{\omega_r} \sin \omega_r t + \omega_r \cos \omega_r t \right) = 0$$

$$\sin(\omega_r t) = 0 \rightarrow \omega_r t_p = \pi \rightarrow t_p = \frac{\pi}{\omega_r} = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-\xi^2}}$$

$$x(t_p) = 1 - e^{-\sigma \pi / \omega_r} \left(\cos \pi + \frac{\sigma}{\omega_r} \sin \pi \right)$$

$$\rightarrow x(t_p) = 1 + e^{-\sigma \pi / \omega_r} = 1 + A_1$$

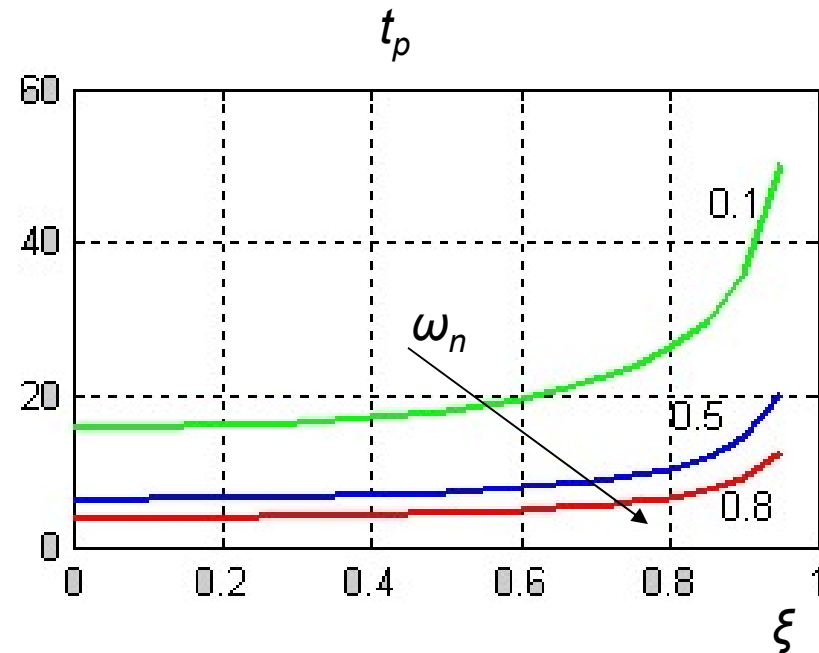
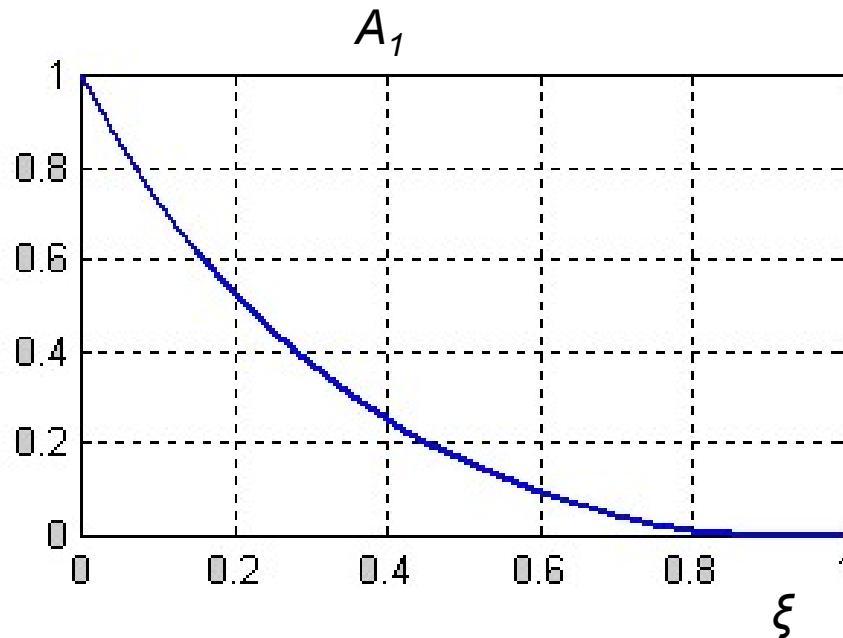
$$A_1 = e^{-\sigma \pi / \omega_r} = e^{\xi \pi / \sqrt{1-\xi^2}}$$



Ocena jakości – położenie biegunów

położenie biegunów a bezpośrednie wskaźniki jakości

$$A_1 = e^{-\sigma\pi/\omega_r} = e^{\xi\pi/\sqrt{1-\xi^2}}$$



Orientacyjnie: $\xi=0.7 \rightarrow A_1= 5\%$
 $\xi=0.5 \rightarrow A_1= 15\%$
 $\xi=0.3 \rightarrow A_1= 35\%$

$$t_r \cong \frac{1.8}{\omega_r} \quad t_s = \frac{4.6}{\xi \omega_n} = \frac{4.6}{\sigma}$$

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

$$s_{1,2} = -\sigma \pm j\omega_r$$

$$\sigma = \xi\omega_n, \quad \omega_r = \omega_n\sqrt{1-\xi^2}$$

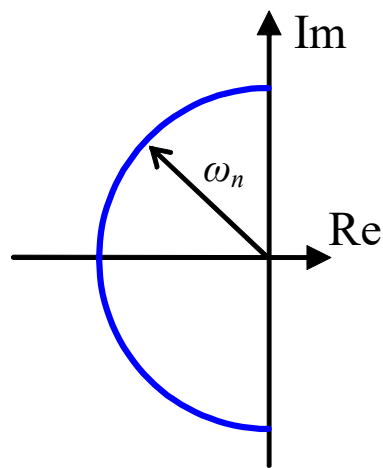
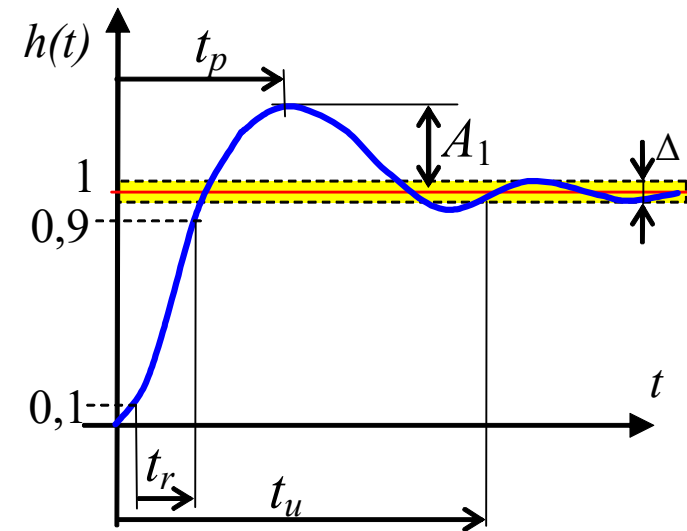
Synteza układu o zadanych parametrach: A_1 , t_r , t_u

$$\xi \geq \xi(A_1)$$

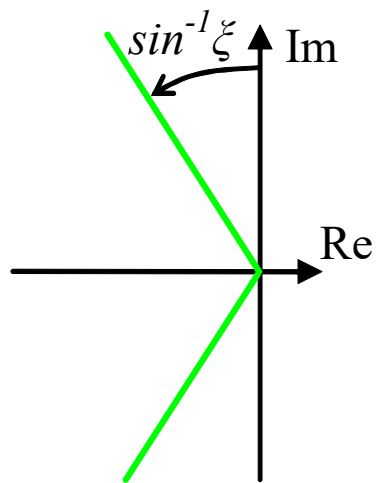
z wykresu $A_1 = f(\xi)$

$$\omega_r \geq \frac{1.8}{t_r}$$

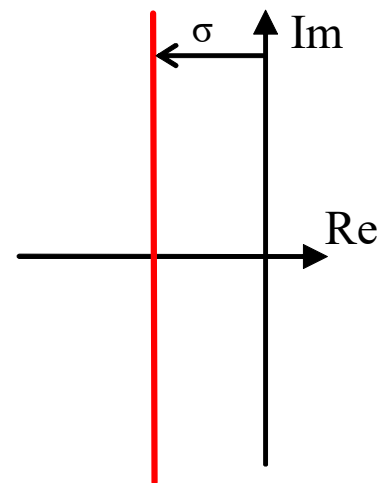
$$\sigma \geq \frac{4.6}{t_u}$$



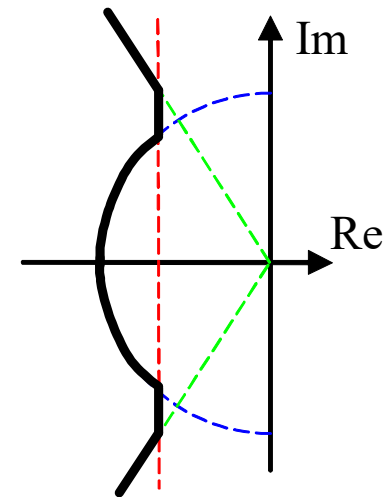
$$\omega_r \geq \frac{1.8}{t_r}$$



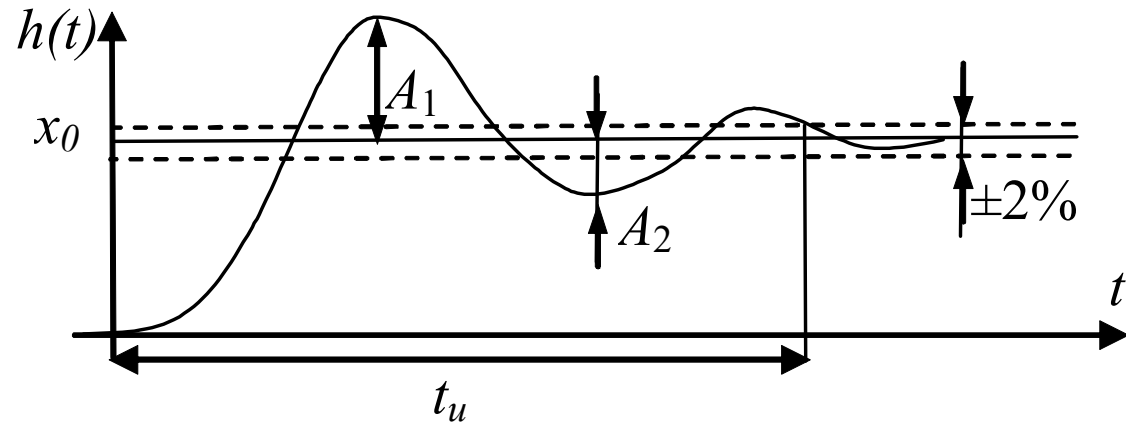
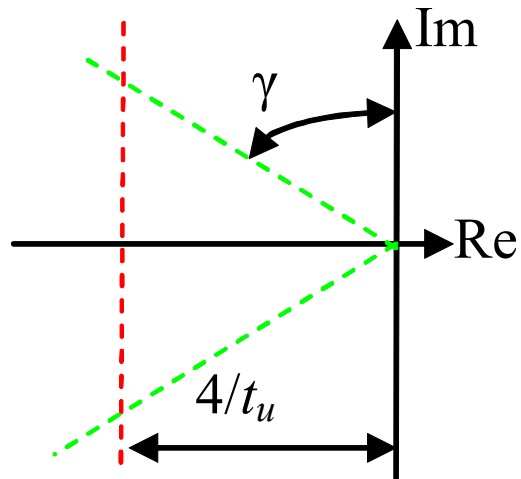
$$\xi \geq \xi(A_1)$$



$$\sigma \geq \frac{4.6}{t_u}$$



$$A_1, t_r, t_u$$



odległość od osi urojonej a czas zaniku składowych t_u

$$\operatorname{Re}(\lambda_k) = 4 / t_u$$

oscylacyjność $\mu = \operatorname{Im} / \operatorname{Re}$ a amplituda przeregulowań

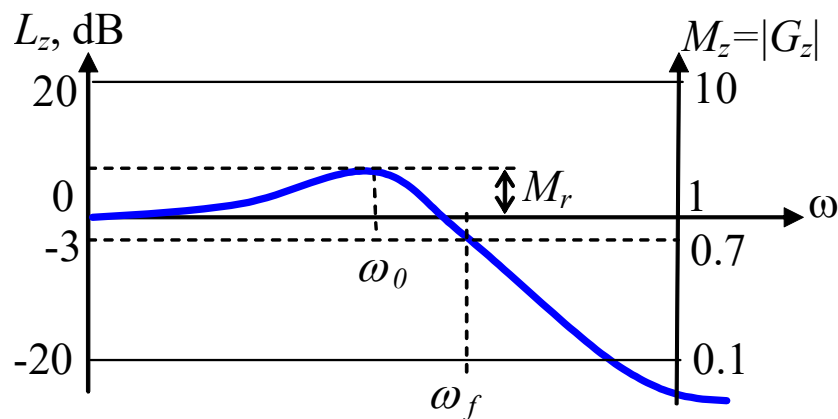
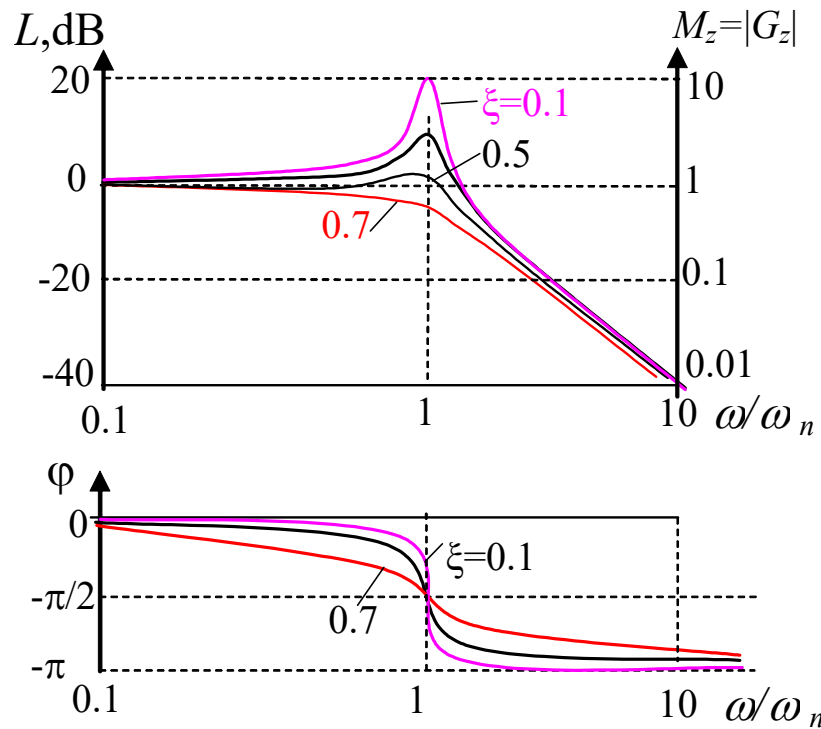
$$\frac{A_{i+1}}{A_i} = e^{-\frac{2\pi}{\mu}}$$

stopień stabilności = $\min |\operatorname{Re} \lambda_k|$

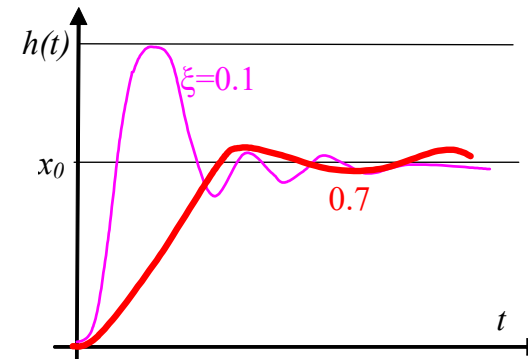
stopień oscylacyjności = $\max \left| \frac{\operatorname{Im} \lambda_k}{\operatorname{Re} \lambda_k} \right|$

III-4a Ocena jakości – ch. częstotliwościowa ukł. zamkniętego

Charakterystyka częstotliwościowa a odp. skokowa

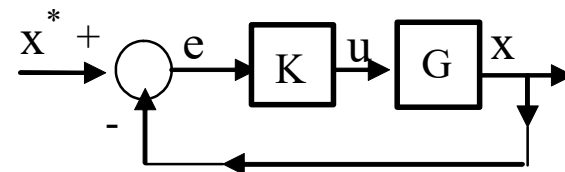


$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$



$M_r \uparrow$ to $\xi \downarrow$, to $A_1 \uparrow$

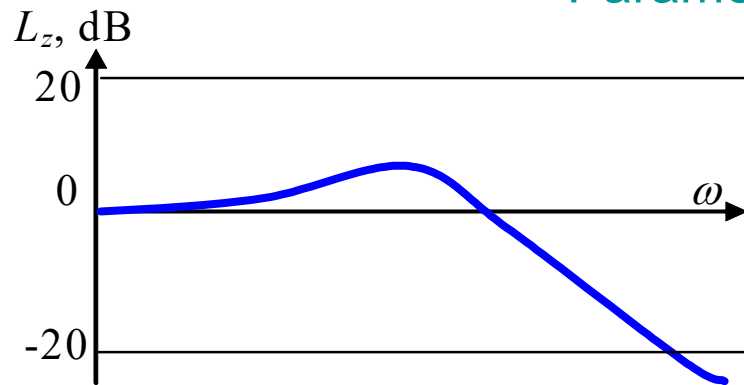
$$\omega_0 = \omega_n$$



$$G_z(s) = \frac{x(s)}{x^*(s)} = \frac{KG(s)}{1 + KG(s)}$$

III-4a Ocena jakości – ch. częstotliwościowa ukł. zamkniętego

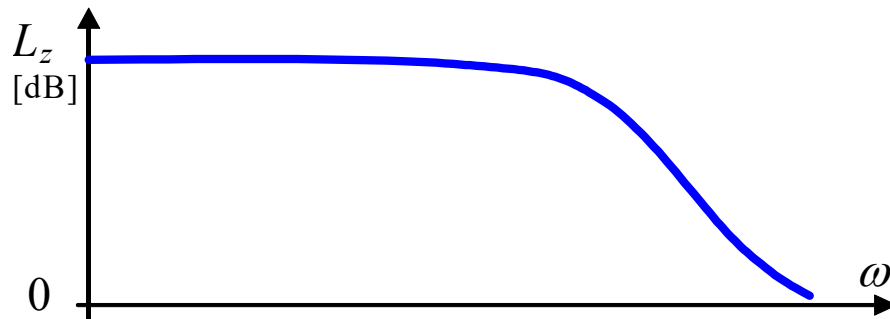
Parametry charakterystyki u.z.



- **pasmo przenoszenia** sygnału użytecznego
- z/bez szczytu rezonansowego,
- jak szybko maleje

Kryterium optymalnego modułu:

- jak najszersze pasmo przenoszenia sygnału użytecznego
- bez szczytu rezonansowego, możliwie wolno maleje

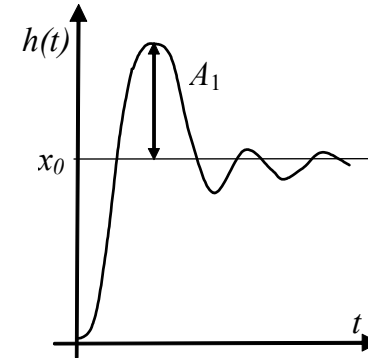
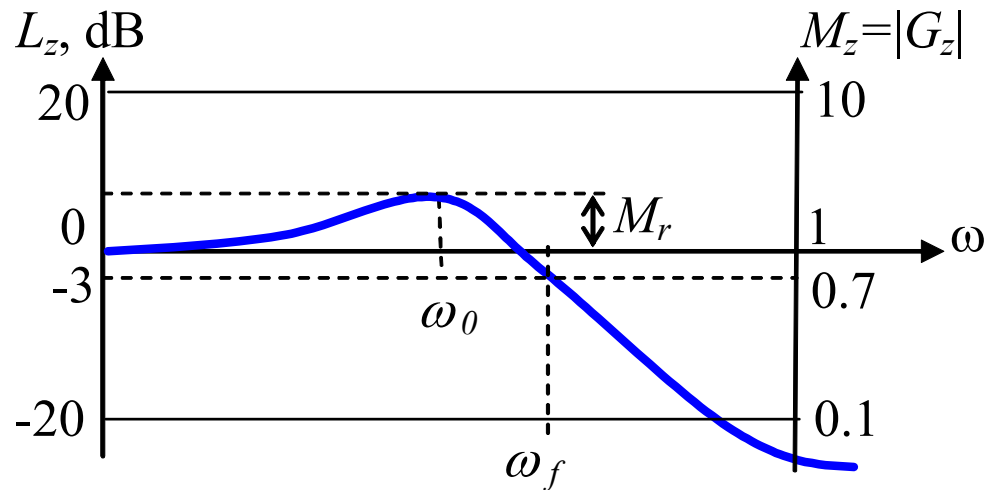


Efekty:

- wierne odtwarzanie sygnału sterującego
- małe czasy regulacji
- niewielkie przeregulowania

III-4a Ocena jakości – ch.częstotliwościowa ukł.zamkniętego

Kryterium maksymalnej wartości modułu M_z



$$A_1 \approx \frac{M_{z \max} - 1}{M_{z \max}} 100\%$$

dobry układ:

$$1.2 < M_{z \max} < 1.3$$

$$16\% < A_1 < 23\%$$

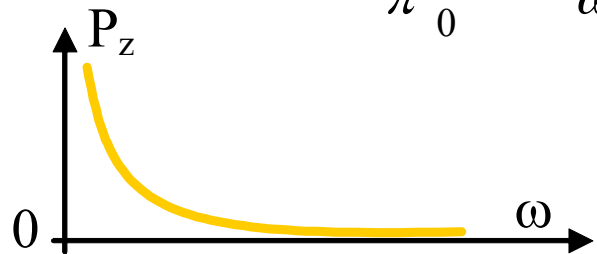
$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

$$M_{z \max} = \frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}}$$

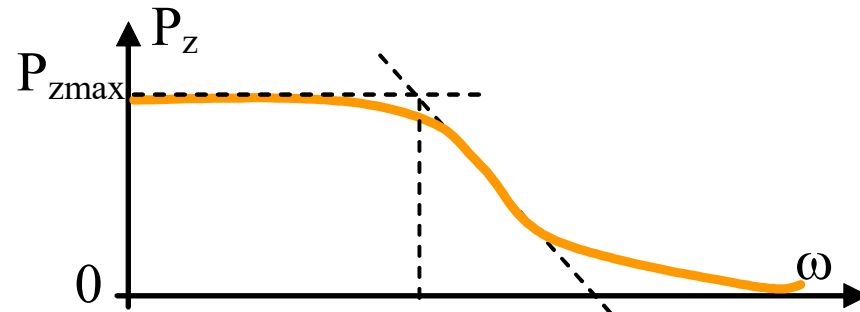


Część rzeczywista transmitancji widmowej a odp, skokowa

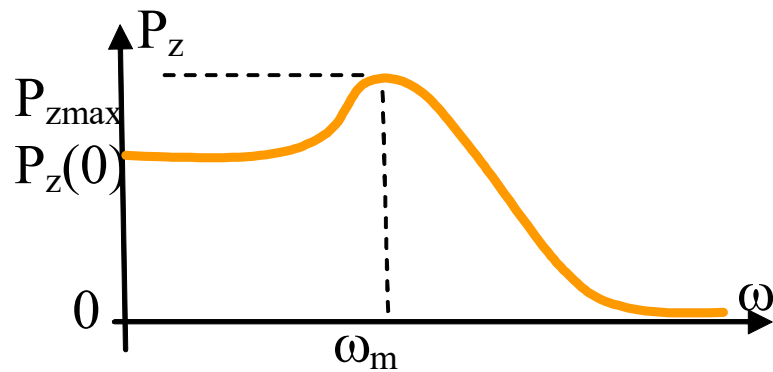
$$h(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{P(\omega) \sin \omega t}{\omega} d\omega$$



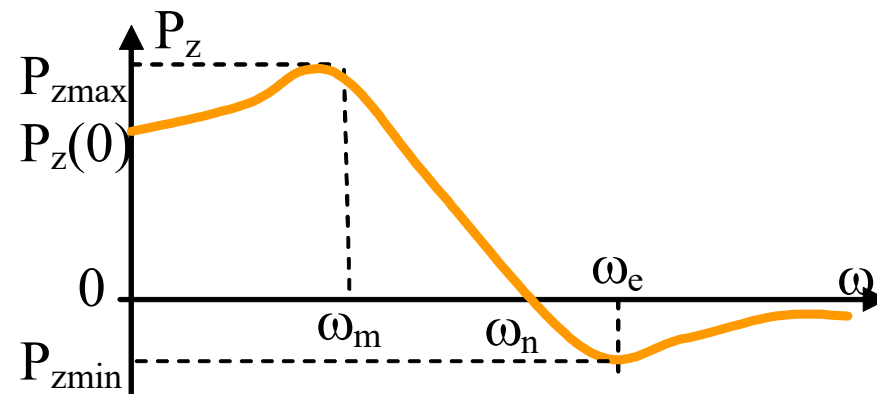
aperiodyczne



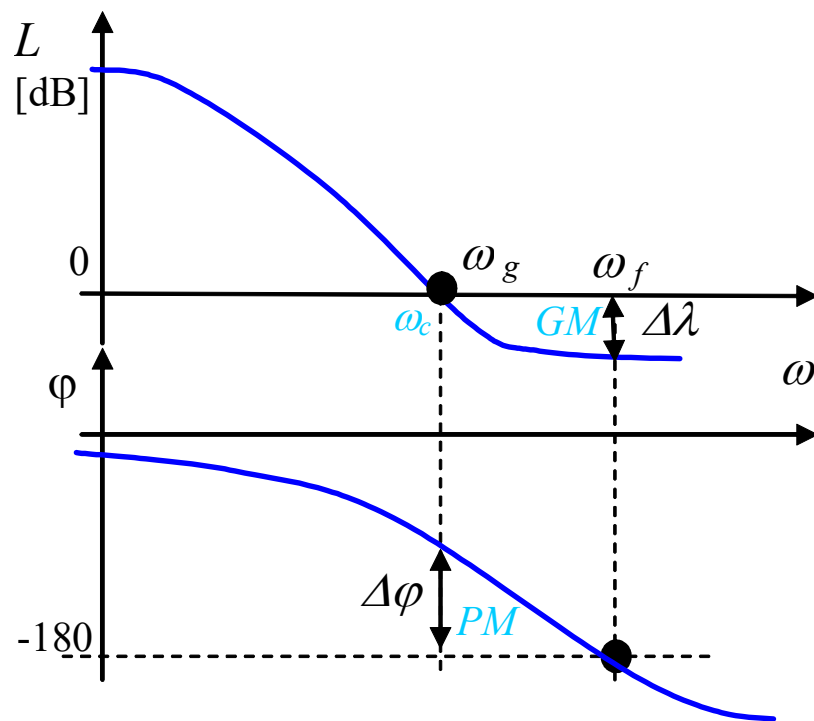
$$A_1 \leq 18\%$$



$$A_1 \leq \frac{1.18P_{z\max} - P_z(0)}{P_z(0)} \cdot 100\%$$



$$A_1 \leq \left(\frac{1.118P_{z\max} - P_z(0)}{P_z(0)} + 0.3|P_{z\min}| \right) \cdot 100\%$$



GM - gain margin

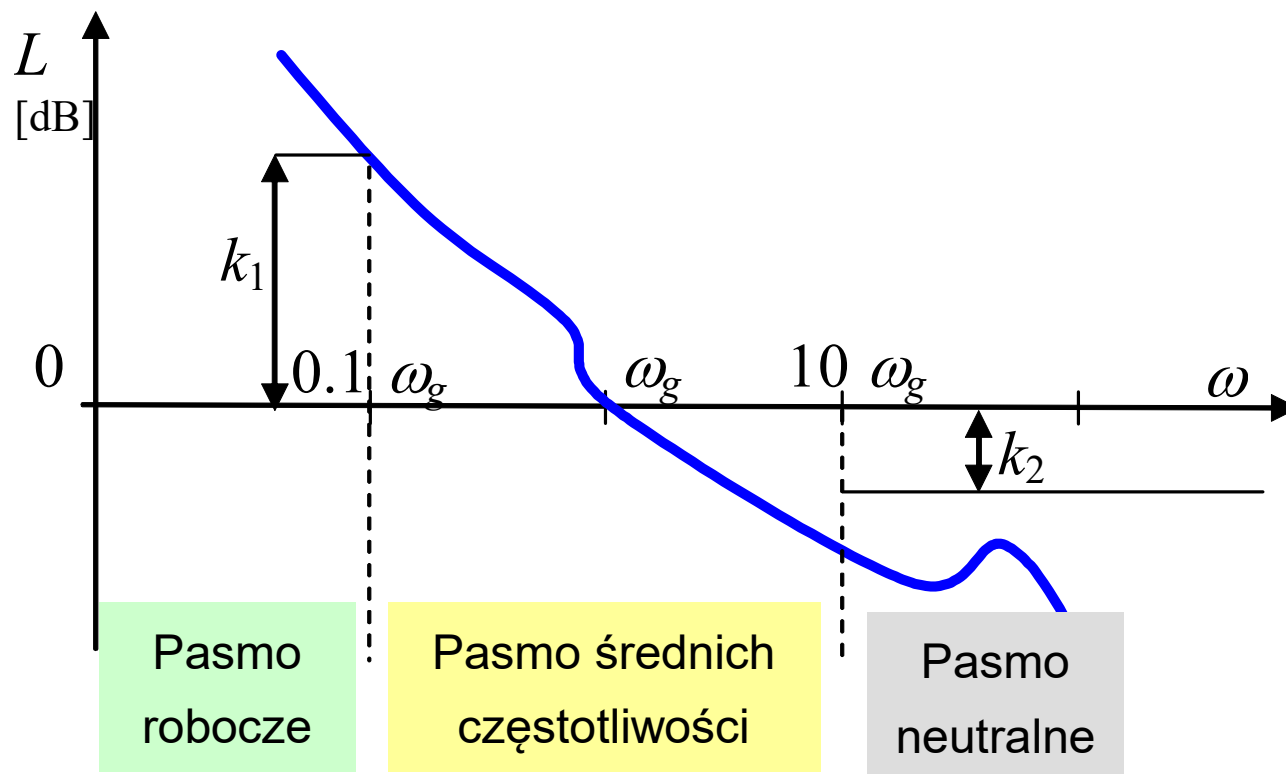
zapas wzmocnienia - $\Delta\lambda = 20 \lg K$

PM - phase margin

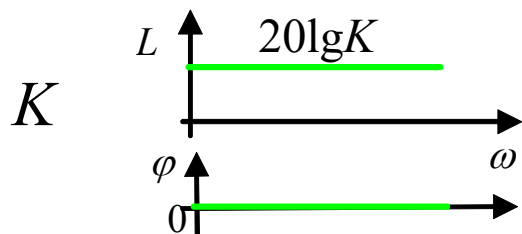
zapas fazy - $\Delta\phi$

ω_c - crossover frequency

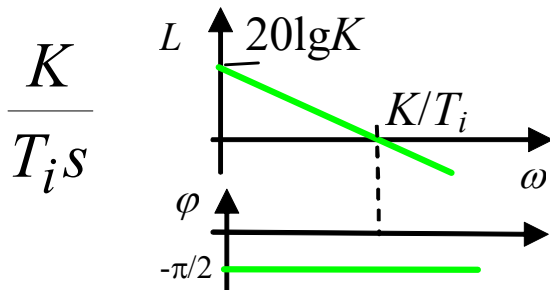
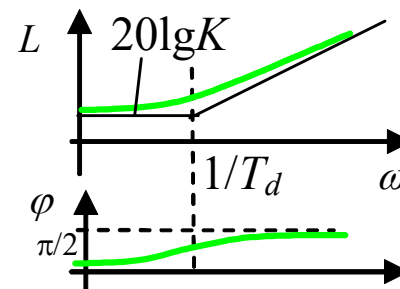
częstotliwość odcięcia - ω_g



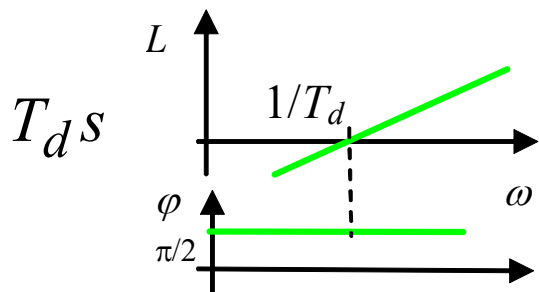
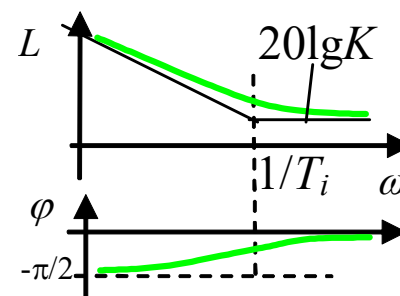
Dobór typu regulatora



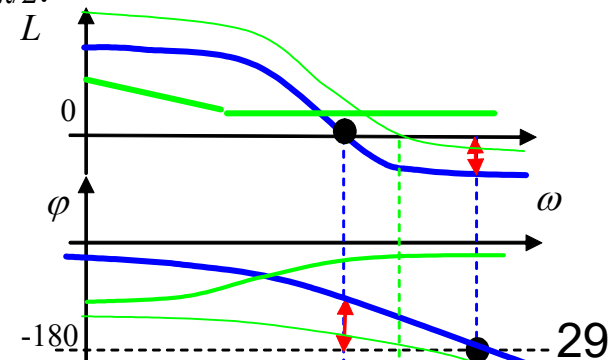
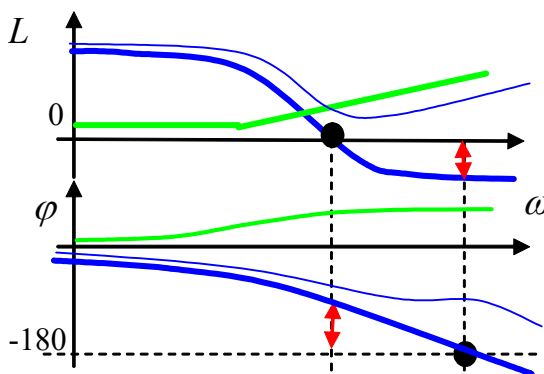
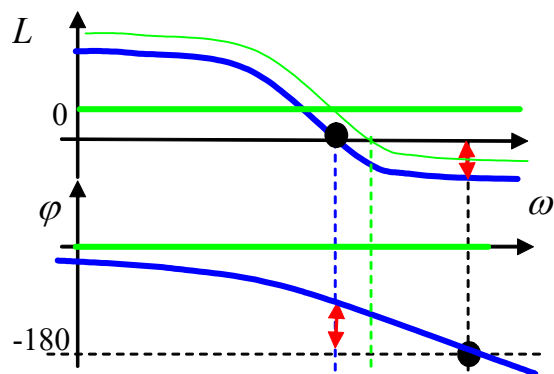
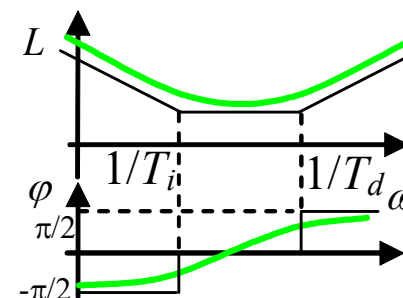
$$K(1 + T_d s)$$



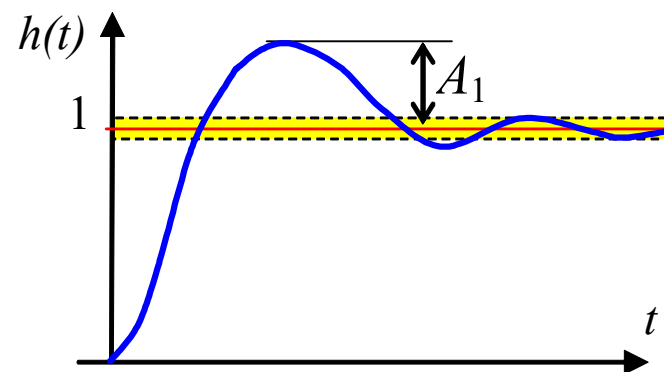
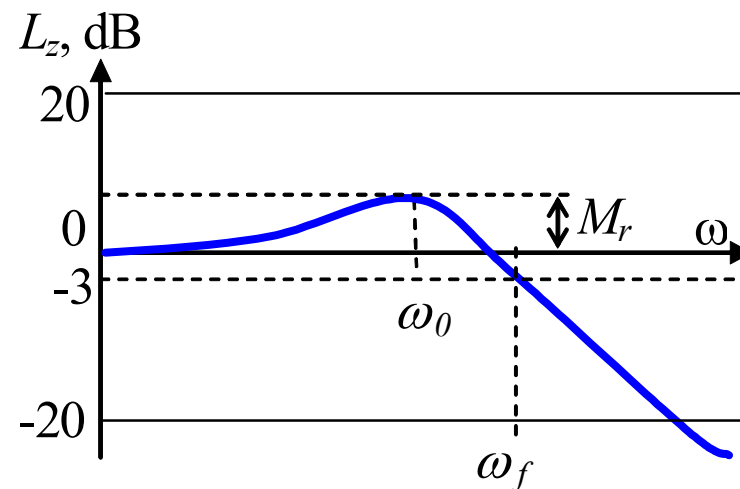
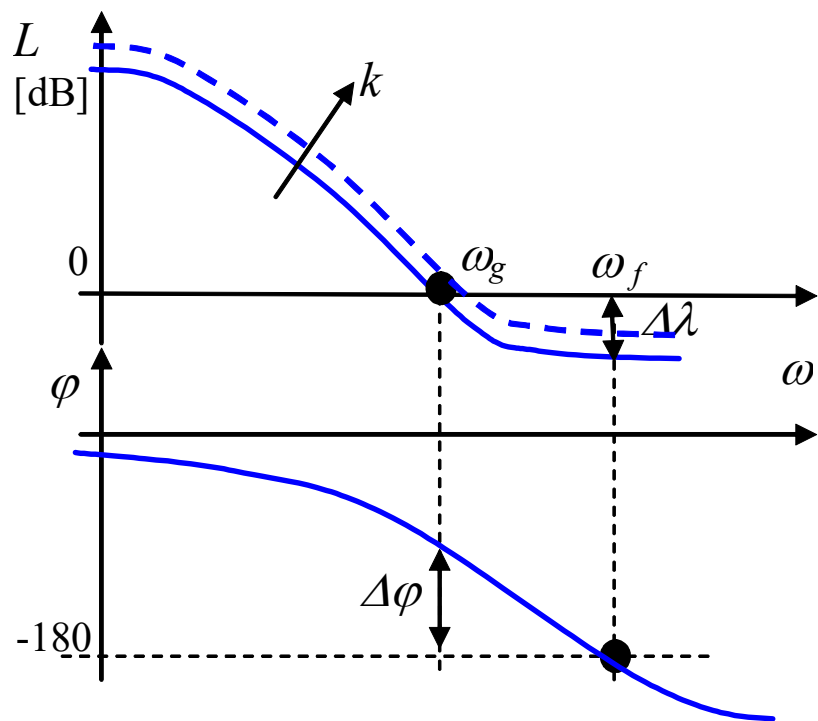
$$K \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right)$$



$$K \left(1 + T_d s + \frac{1}{T_i s} \right)$$



Ch.ukł.otwartego, zamkniętego, odp.skokowa – zależności jakościowe

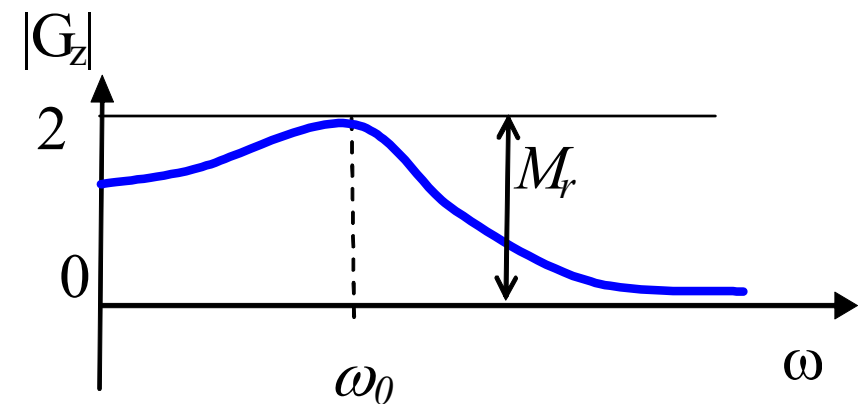
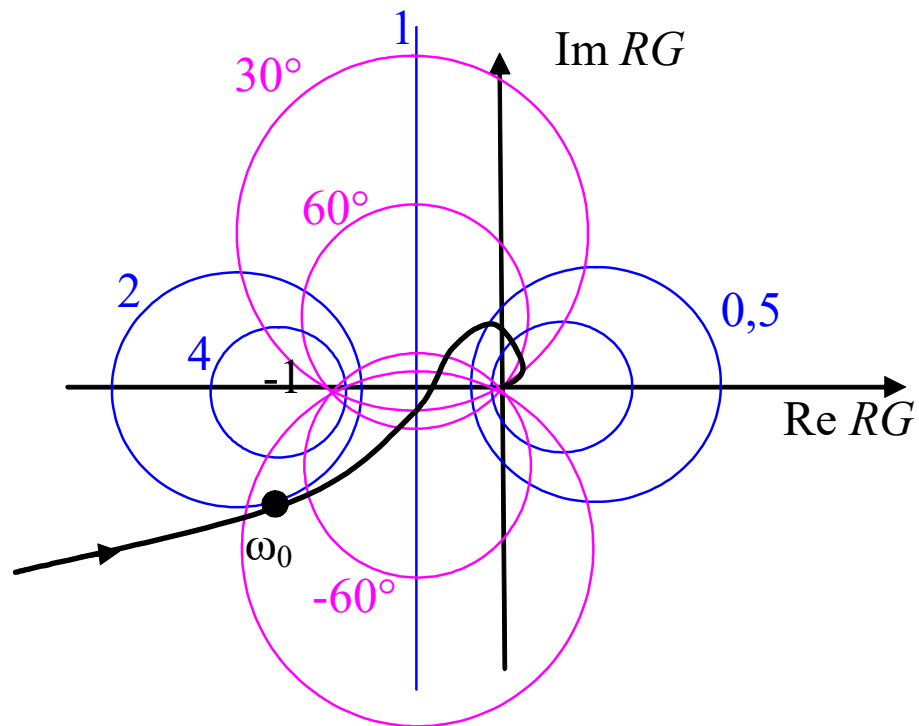


- większe $k \rightarrow$ mniejszy zapas \rightarrow szersze pasmo
- duże $\Delta\lambda$, $\Delta\varphi \rightarrow$ małe $M_r \rightarrow$ małe A_1
np.: $\Delta\lambda=12dB$, $\Delta\varphi=50^\circ \rightarrow M_r \approx 1,3 \rightarrow A_1 \approx 25\%$
- duże $\omega_g \rightarrow$ szerokie pasmo robocze \rightarrow krótki czas narastania

$$G_z = \frac{RG}{1 + RG}$$

$$M = |G_z| = \text{const}$$

$$N = \text{tg arg } G_z = \text{const} \rightarrow \varphi_z = \text{const}$$





Transmitancja układu otwartego i zamkniętego

$$G = \frac{L_o}{M_o}$$

$$R = \frac{L_R}{M_R}$$

$$G_e = \frac{M_R M_o}{M_R M_o + L_R L_o}$$

$$G = \frac{K}{Ts + 1}$$

$$R = K_p$$

$$G_e = \frac{Ts + 1}{Ts + 1 + K_p K}$$

$$e_s = \frac{1}{1 + K_p K}$$



Transmitancja układu otwartego i zamkniętego

$$G = \frac{K}{(sT_1 + 1)(sT_2 + 1)}$$

$$R = K_p$$

$$G_e = \frac{(sT_1 + 1)(sT_2 + 1)}{(sT_1 + 1)(sT_2 + 1) + K_p K} = \frac{(sT_1 + 1)(sT_2 + 1)}{s^2 T_1 T_2 + s(T_1 + T_2) + 1 + K_p K}$$

$$G_e = \frac{(sT_1 + 1)(sT_2 + 1)}{T_1 T_2 (s^2 + 2\xi_z \omega_{nz} s + \omega_{nz}^2)}$$

$$\omega_{nz} = \sqrt{\frac{1 + K_p K}{T_1 T_2}}$$

$$\xi_z = \frac{T_1 + T_2}{2} \sqrt{\frac{1}{T_1 T_2 (1 + K_p K)}}$$



Transmitancja układu otwartego i zamkniętego

$$G = \frac{K}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \quad R = K_p$$
$$G_e = \frac{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2 + K_p K} = \frac{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}{s^2 + 2\xi_z\omega_{nz} s + \omega_{nz}^2}$$

$$\omega_{nz} = \sqrt{\omega_n^2 + K_p K}$$

$$\xi_z = \xi \sqrt{\frac{\omega_n^2}{\omega_n^2 + K_p K}}$$



przybliżona charakterystyka G_z

$$|G_z(j\omega)| = \frac{|G(j\omega)|}{|1 + R(j\omega)G(j\omega)|} \quad \text{dla } \omega, \text{ dla których:}$$

$$1^\circ \quad |R(j\omega)|^{-1} \ll |G(j\omega)| \quad \text{jest: } |R(j\omega)G(j\omega)| \gg 1$$

$$|G_z(j\omega)| \approx \frac{1}{|R(j\omega)|} \quad |1 + R(j\omega)G(j\omega)| \approx |R(j\omega)G(j\omega)|$$

$$2^\circ \quad |R(j\omega)|^{-1} \gg |G(j\omega)| \quad \text{jest: } |R(j\omega)G(j\omega)| \ll 1$$

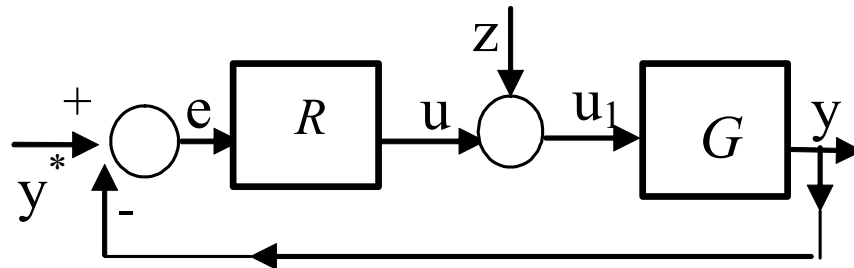
$$|G_z(j\omega)| \approx |G(j\omega)| \quad |1 + R(j\omega)G(j\omega)| \approx 1$$

$$|G_z(j\omega)| = \frac{|G(j\omega)|}{|1 + R(j\omega)G(j\omega)|} \approx \min\left(|R(j\omega)|^{-1}, |G(j\omega)|\right)$$

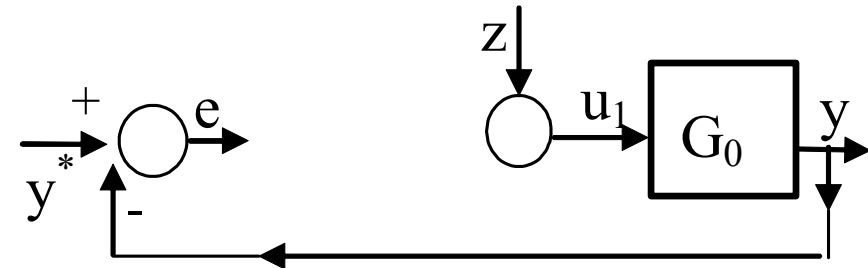
Wskaźnik regulacji



układ z regulatorem



układ bez regulatora



$$E_{Z,r}(s) = \frac{G(s)}{1 + R(s)G(s)} Z(s)$$

$$E_{Z,b}(s) = G(s)Z(s)$$

$$e_{Zk,r} = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{G(s)}{1 + R(s)G(s)} Z(s)$$

$$e_{Zk,b} = \lim_{s \rightarrow 0} s G(s) Z(s)$$

$$\frac{e_{Zk,r}}{y_{\max}} \cdot 100\% \quad \text{statyczny uchyb zakłóceniewy}$$

$$\frac{e_{Zk,r}}{e_{Zk,b}} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{1 + R(s)G(s)}$$

wskaźnik regulacji statyczny

$$\frac{E_{Z,r}(j\omega)}{E_{Z,b}(j\omega)} = \frac{1}{1 + R(j\omega)G(j\omega)}$$

wskaźnik regulacji dynamiczny

analiza modułu wskaźnika przy zakłóceniach stochastycznych