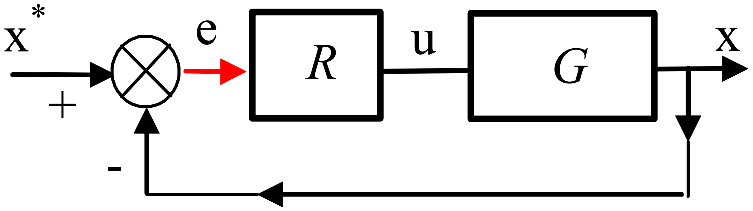
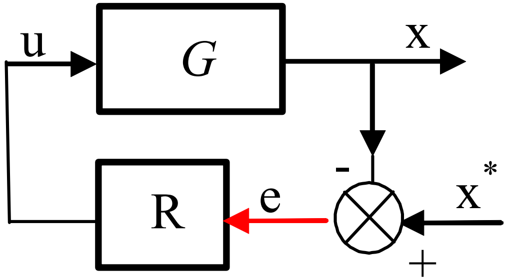
Układy ze sprzężeniem zwrotnym: regulacja a korekcja

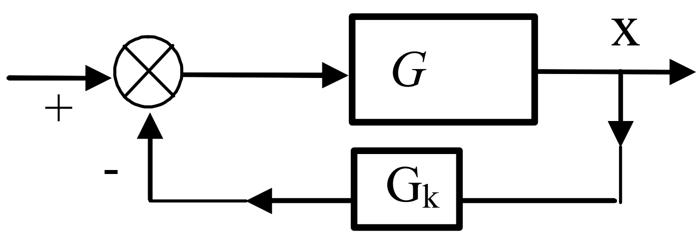
- regulacja



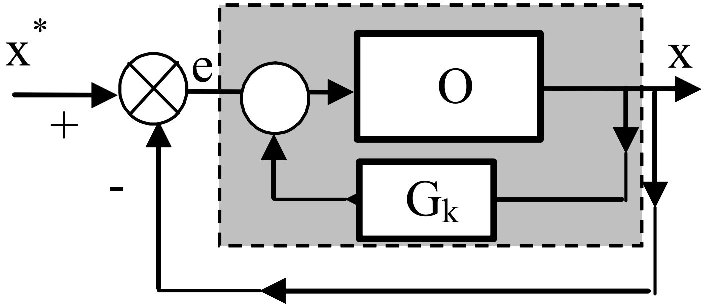


$$R(s) = K_p(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s)$$

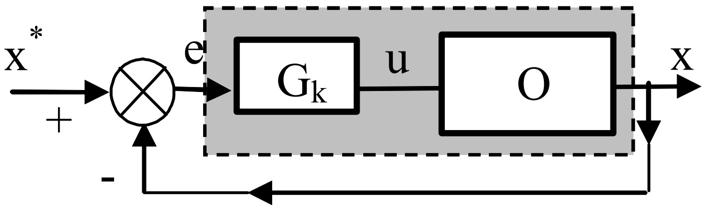
- korekcja
  - korekcja w sprzężeniu zwrotnym



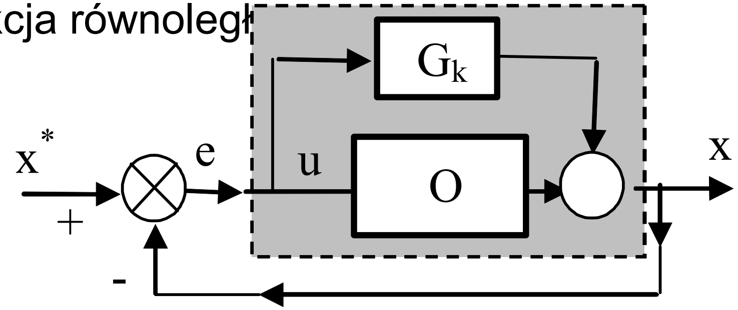
Zastosowanie korekcji



- korekcja szeregowa $G_k(s) = k\frac{1+T_2 s}{1+T_1 s}$

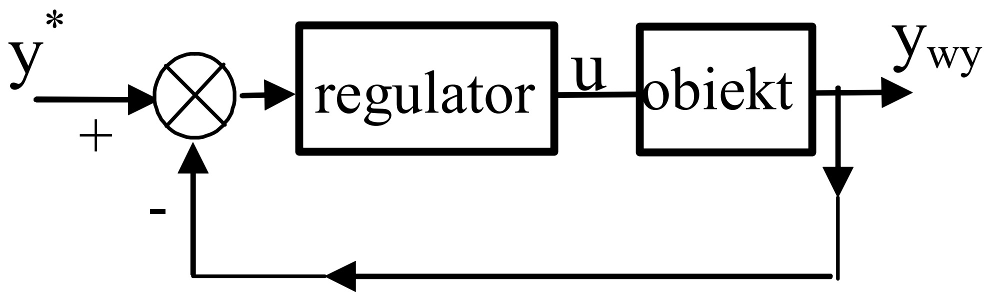


- korekcja równoległa



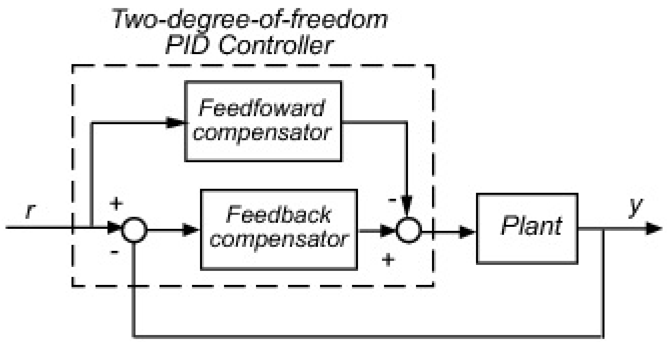
Regulacja – sterowanie w układzie zamkniętym

Feedback Control

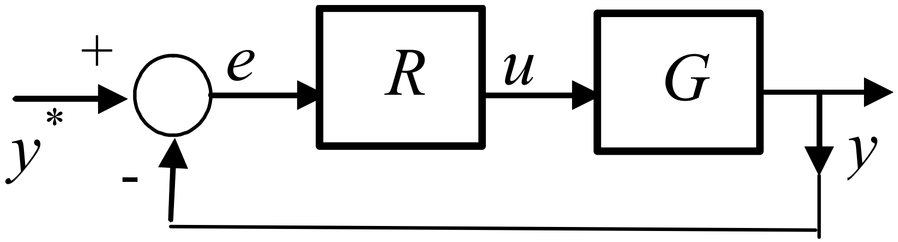


Bloki w Simulinku

Two-degree-of-freedom
PID Controller
(PID Controller 2DOF)



Transmitancje układu regulacji ciągłej (bez zakłóceń)



$$\begin{cases} Y(s) = G(s)U(s) \\ U(s) = R(s)E(s) \\ E(s) = Y^*(s) - Y(s) \end{cases}$$

$$\frac{Y}{Y^*} = G_z = \frac{RG}{1+RG}$$ t.układu zamkniętego

$$Y(s) = \frac{R(s)G(s)}{1+R(s)G(s)} Y^*(s)$$

$$\frac{E}{Y^*} = G_e = \frac{1}{1+RG}$$ t.uchybowa

$$E(s) = \frac{1}{1+R(s)G(s)} Y^*(s)$$

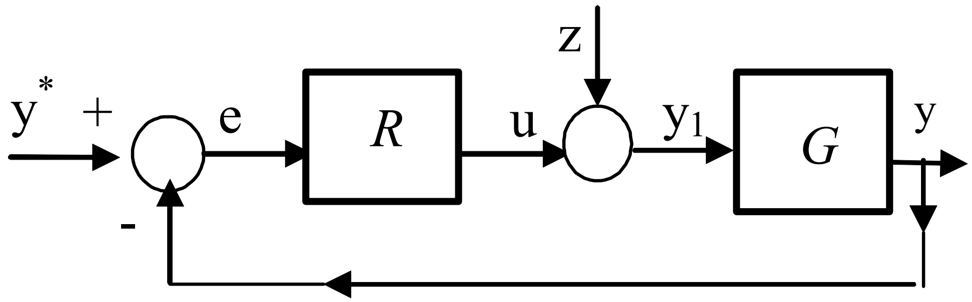
$$G(s) = \frac{L_o(s)}{M_o(s)}$$

$$G_z = \frac{L_o(s)L_R(s)}{M_o(s)M_R(s) + L_o(s)L_R(s)}$$

$$R(s) = \frac{L_R(s)}{M_R(s)}$$

$$G_e = \frac{M_o(s)M_R(s)}{M_o(s)M_R(s) + L_o(s)L_R(s)}$$

Transmitancje układu regulacji ciągłej (z zakłóceniami)



$$\begin{cases} Y(s) = G(s)Y_1(s) \\ Y_1(s) = Z(s) + U(s) \\ U(s) = R(s)E(s) \\ E(s) = Y^*(s) - Y(s) \end{cases}$$

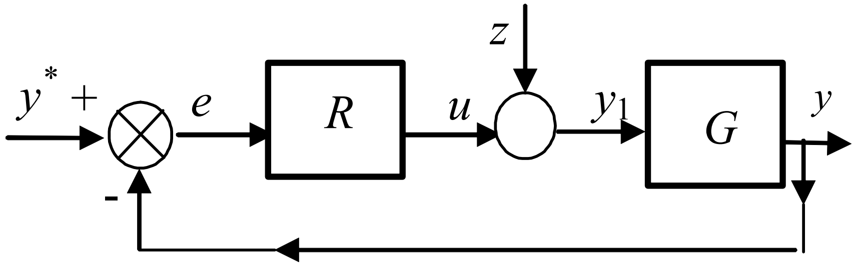
$$\begin{bmatrix} E \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{1+RG} & \dfrac{G}{1+RG} \\ \dfrac{RG}{1+RG} & \dfrac{-G}{1+RG} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Y^* \\ Z \end{bmatrix}$$

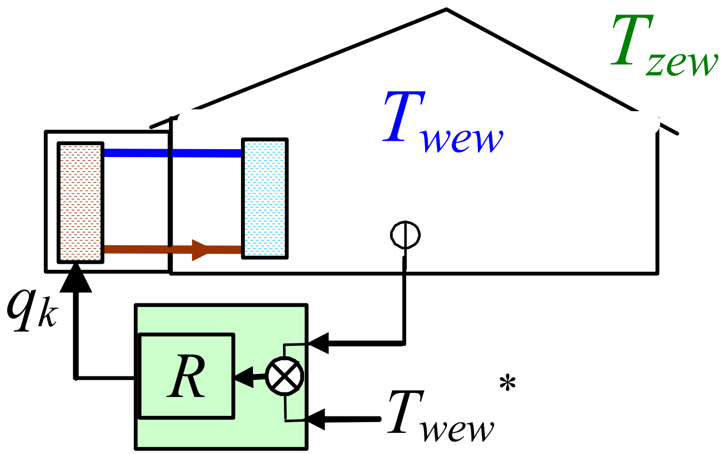
$$\begin{bmatrix} E \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_e & G_{ez} \\ G_z & G_{yz} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Y^* \\ Z \end{bmatrix}$$

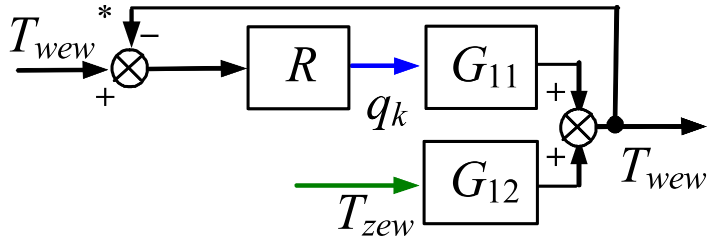
$$G_z = 1 - G_e$$
$$G_{yz} = -G_{ez}$$

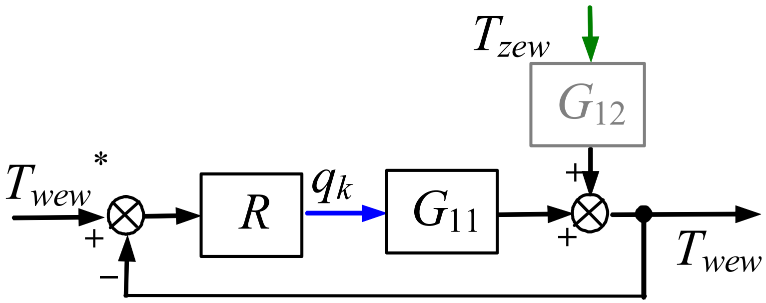
- t.układu zamkniętego $$G_z(s) = \frac{Y(s)}{Y^*(s)}$$
- t.uchybowa $$G_e(s) = \frac{E(s)}{Y^*(s)}$$
- t.uchybowo-zakłóceniowa $$G_{ez}(s) = \frac{E(s)}{Z(s)}$$
- t.wyjściowo-zakłóceniowa $$G_{yz}(s) = \frac{Y(s)}{Z(s)}$$

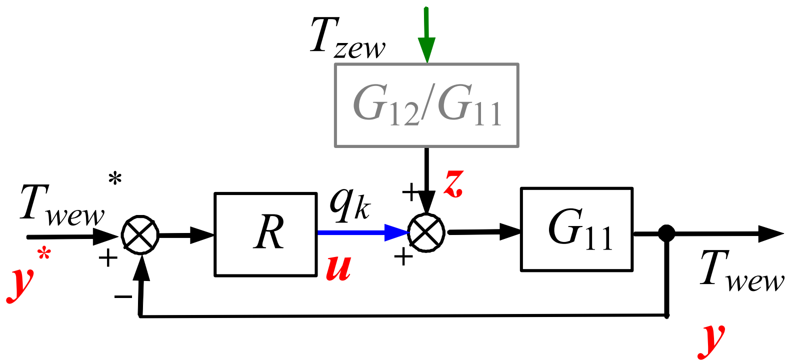
Układ regulacji rzeczywiste i teoretyczne

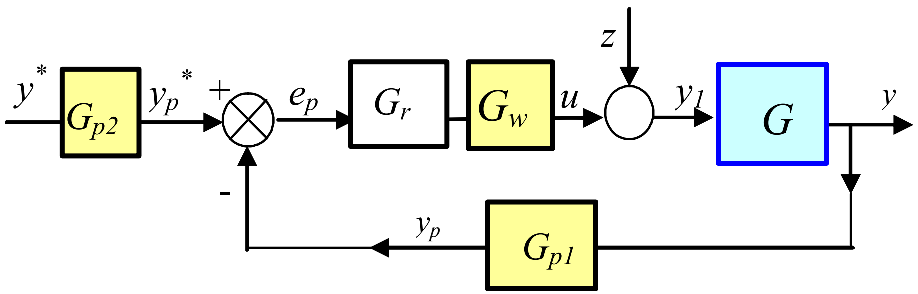


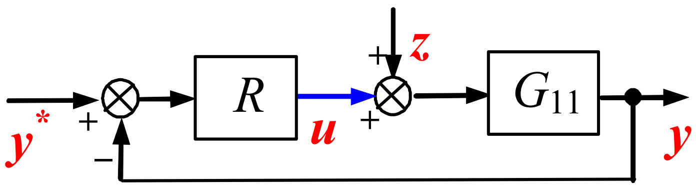




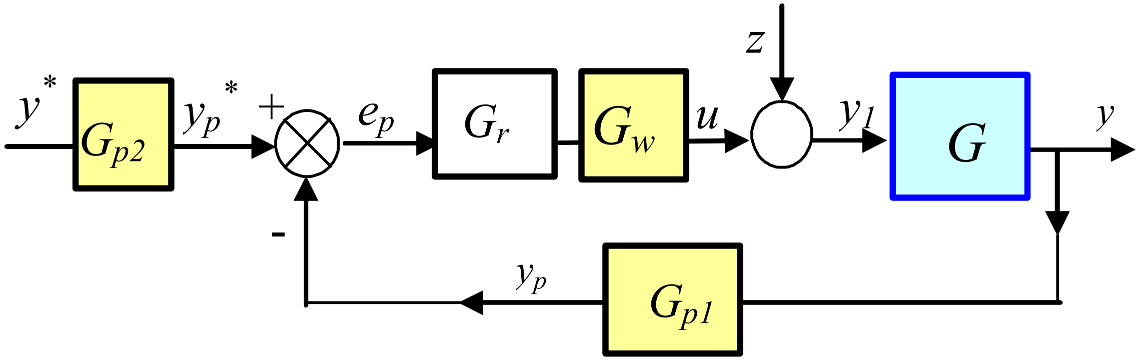




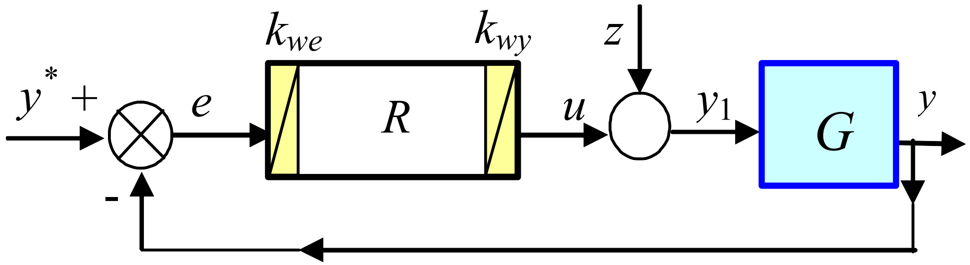




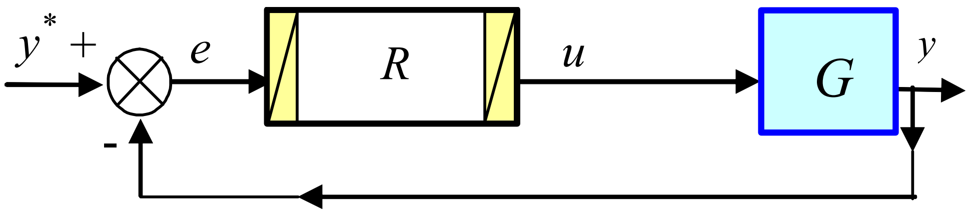
Układ regulacji rzeczywiste i teoretyczne



G_{p1} – przetwornik pomiarowy
G_{p2} – przetworniki w. zadanej
G_{w} – elementy wykonawcze
z – zakłócenia na obiekcie
z_{p} – zakłócenia przetwornika p.

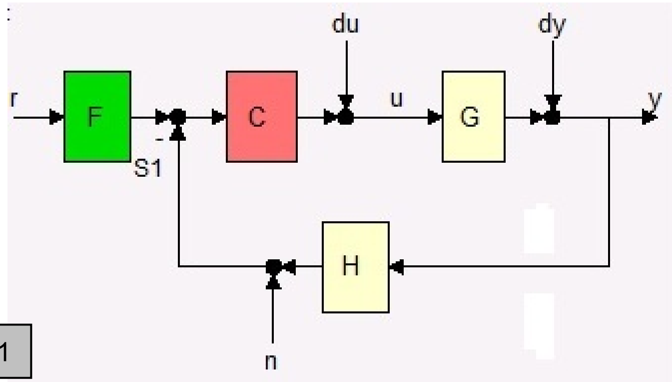


Układ teoretyczny z zakłóceniami

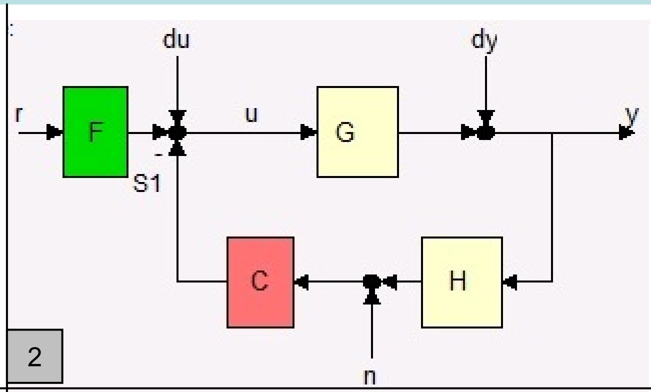


Układ teoretyczny bez zakłóceń

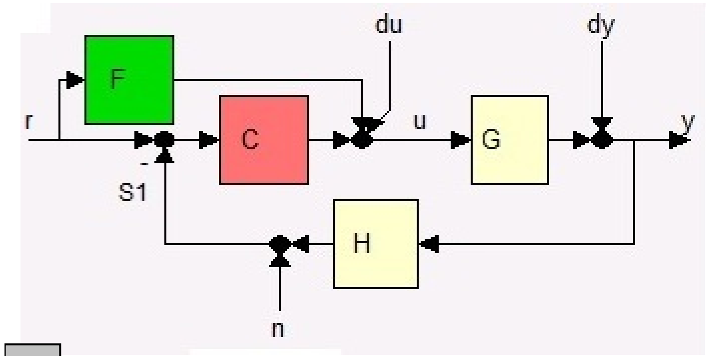
Matlab: SISO Design (LTI Object) – proponowane struktury



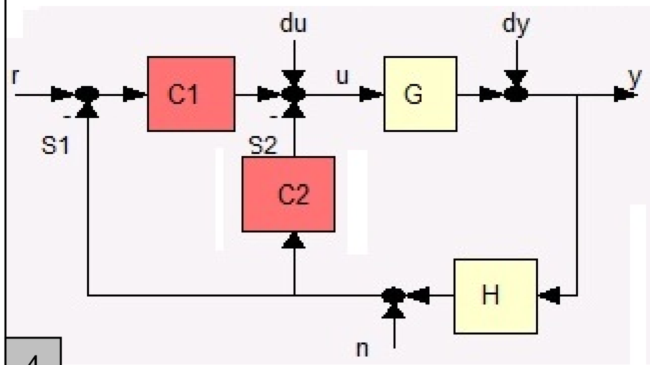
1



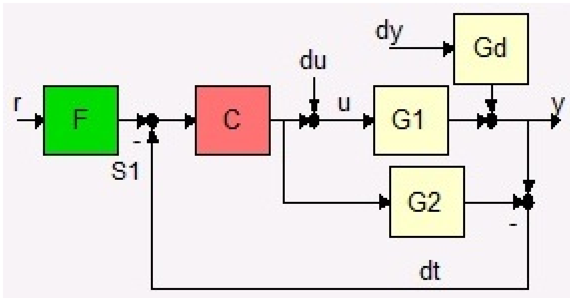
2



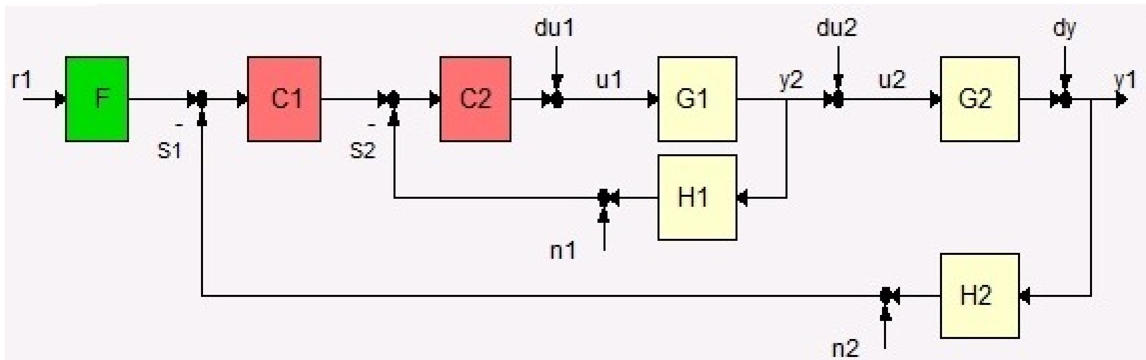
3



4



5



6

F – filtr wejściowy
C – compensator (regulator)
G – obiekt

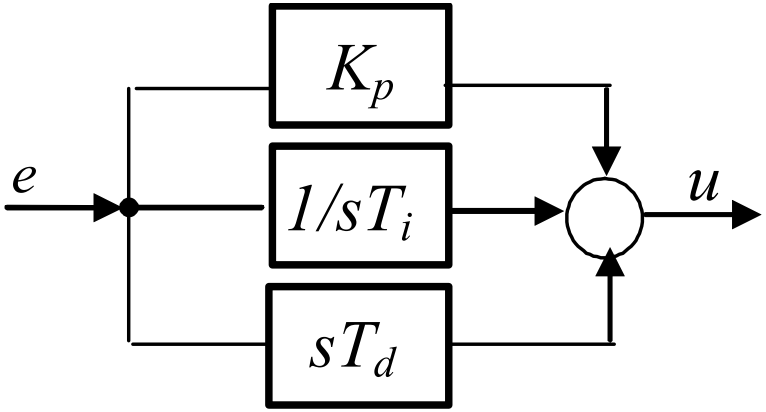
r – w.zadana
y – zmienna procesowa

1) Układ regulacji
2) Układ korekcji
3) Regulacja PID 2DOF
4) .
5) .
6) Kaskada

Regulator ciągły: podstawowe struktury PID

PID-IND

(IND – INDependent algorithm)



$$R = K_p + \frac{1}{T_i s} + T_d s$$

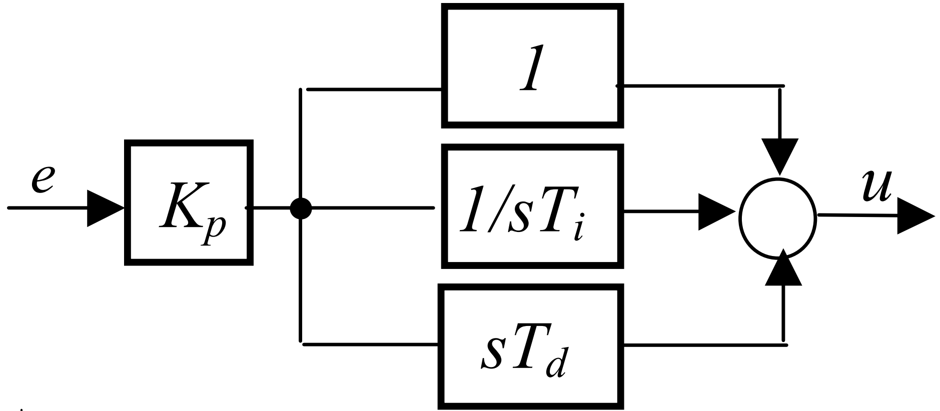
$$u(t) = K_p e(t) + \frac{1}{T_i}\int_0^t e(\tau)d\tau + T_d\frac{de(t)}{dt} + U_0$$

Simulink v.2010: PID Parallel

$$R_{par} = P + I\frac{1}{s} + D\frac{Ns}{s+N}$$

PID-ISA

(ISA – Ideal Standard Algorithm)



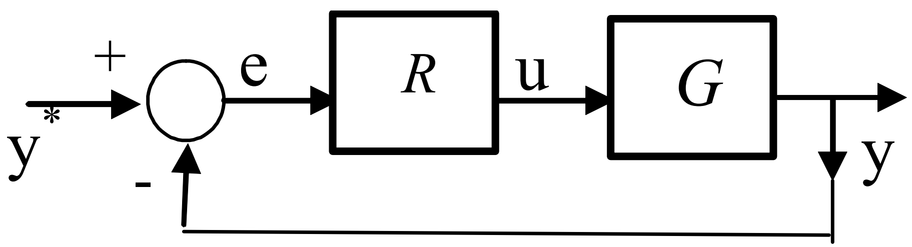
$$R = K_p(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s)$$

$$u(t) = K_p\left[e(t) + \frac{1}{T_i}\int_0^t e(\tau)d\tau + T_d\frac{de(t)}{dt}\right] + U_0$$

PID ideal

$$R_{id} = P\left(1 + I\frac{1}{s} + D\frac{Ns}{s+N}\right)$$

Własności układu zamkniętego: 1) stabilność



$$G_e = \frac{E}{Y^*} = \frac{1}{1+RG}$$

$$G_z = \frac{Y}{Y^*} = \frac{RG}{1+RG}$$

$$G(s) = \frac{L_o(s)}{M_o(s)}$$

$$G_e = \frac{M_o(s)M_R(s)}{M_o(s)M_R(s) + L_o(s)L_R(s)}$$

$$R(s) = \frac{L_R(s)}{M_R(s)}$$

$$G = \frac{K}{(Ts+1)^2}$$

$$G_e = \frac{(Ts+1)^2 T_i s}{(Ts+1)^2 T_i s + K(K_p T_i s + 1)}$$

$$R = K_p + \frac{1}{T_i s}$$

$$T_i T^2 s^3 + 2T_i T s^2 + T_i(KK_p + 1)s + KK_p T_i s + K = 0$$

Metody analizy: a) Rozwiązanie r.charakterystycznego
b) Kryteria Routha, Hurwitza

Własności układu zamkniętego: 2) uchyb statyczny (stan ustalony)

$$\begin{bmatrix} E(s) \\ Y(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_e(s) & G_{ez}(s) \\ G_z(s) & G_{yz}(s) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Y^*(s) \\ Z(s) \end{bmatrix}$$

$$E(s) = G_e(s)Y^*(s) + G_{ez}(s)Z(s)$$
$$Y(s) = G_z(s)Y^*(s) + G_{yz}(s)Z(s)$$

wartości początkowe

$$e_0 = \lim_{t \to 0} e(t) = \lim_{s \to \infty} sE(s)$$

$$y_0 = \lim_{t \to 0} y(t) = \lim_{s \to \infty} sY(s)$$

wartości końcowe

$$e_k = \lim_{t \to \infty} e(t) = \lim_{s \to 0} sE(s)$$

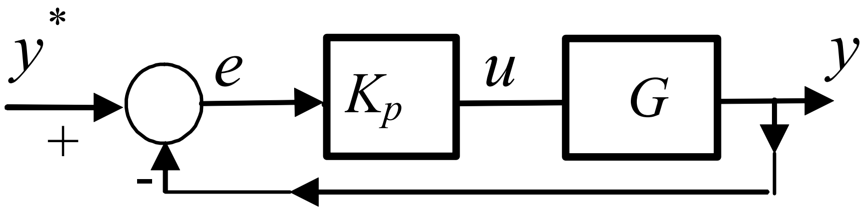
$$y_k = \lim_{t \to \infty} y(t) = \lim_{s \to 0} sY(s)$$

---

uchyb statyczny $e_s = \lim_{s \to 0} sE(s)$

$$e_s = \lim_{s \to 0} s(G_e Y^* + G_{ez} Z)$$

Regulator ciągły P



$$G(s) = \frac{L_o(s)}{M_o(s)}$$

$$R(s) = K_p$$

$$G_z = \frac{Y}{Y^*} = \frac{RG}{1+RG}$$

$$G_z(s) = \frac{L_o(s)}{M_o(s) + K_p L_o(s)}$$

$$G_e = \frac{E}{Y^*} = \frac{1}{1+RG}$$

$$G_e(s) = \frac{M_o(s)}{M_o(s) + K_p L_o(s)}$$

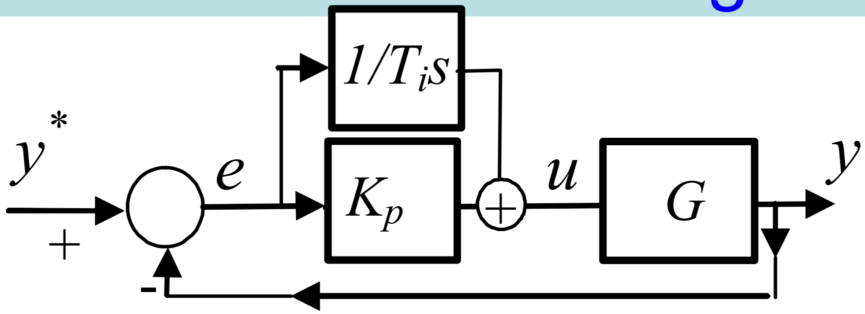
Uchyb regulacji w stanie ustalonym: $e_s = \lim_{t \to \infty} e(t) = \lim_{s \to 0} sE(s) = \lim_{s \to 0} sG_e(s)Y^*(s)$

- dla stałej wartości zadanej: $y^*(t) = y_0^* \to Y^*(s) = \frac{y_0^*}{s}$ jest $e_s = \lim_{s \to 0} \frac{M_o(s)}{M_o(s) + K_p L_o(s)}$

- oraz obiektu inercyjnego: $G(s) = \frac{k}{Ts+1}$ jest $e_s = \lim_{s \to 0} \frac{Ts+1}{Ts+1+K_p k} = \frac{1}{1+K_p k} \neq 0$

Uchyb regulacji w stanie ustalonym e_s =0 tylko jeśli $M(s=0)=0$
(całkowanie na obiekcie)

Regulator ciągły PI



$$G(s) = \frac{L_o(s)}{M_o(s)}$$

$$R = K_p + \frac{1}{T_i s} = \frac{K_p T_i s + 1}{T_i s}$$

$$G_e = \frac{E}{Y^*} = \frac{1}{1 + RG}$$

$$G_e = \frac{M_o(s) T_i s}{M_o(s) T_i s + L_o(s) L_R(s)}$$

Uchyb regulacji w stanie ustalonym: $e_s = \lim_{t \to \infty} e(t) = \lim_{s \to 0} sE(s) = \lim_{s \to 0} sG_e(s) Y^*(s)$

- dla: $y^*(t) = y_0^* \rightarrow Y^*(s) = \frac{y_0^*}{s}$ jest $e_s = \lim_{s \to 0} \frac{M_o(s) T_i s}{M_o(s) T_i s + L_R(s) L_o(s)}$

- oraz: $G(s) = \frac{k}{Ts + 1}$ jest $e_s = \lim_{s \to 0} \frac{(Ts + 1) T_i s}{(Ts + 1) T_i s + (K_p T_i s + 1) k} = 0$

Uchyb regulacji w stanie ustalonym e_s =0 - tym samym $y_k = y_0^*$
(jeśli tylko stopiń licznika < stopnia mianownika)

Własności układu zamkniętego

1) *Stabilność:*
   - *zapewnić stabilność (dobór nastaw)*

     a) zastosowanie gotowych wzorów (metody Zieglera-Nicholsa i inne)

     b) rozwiązanie r.charakterystycznego układu zamkniętego

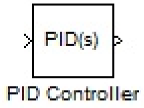
     c) kryteria Routha, Hurwitza dla r.ch. układu zamkniętego

     ....
   - *zapas stabilności (np. na charakterystykach częstotliwościowych)*

2) Jakość:
   - błąd statyczny

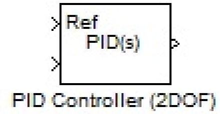
     a) $e_s \neq 0$ dla P, $e_s = 0$ dla PI (obliczanie wartości końcowej e_s)
   - błędy dynamiczne (błąd maksymalny, szybkość regulacji, ...)
   - wrażliwość na zmianę nastaw

Matlab: Simulink – bloki PID

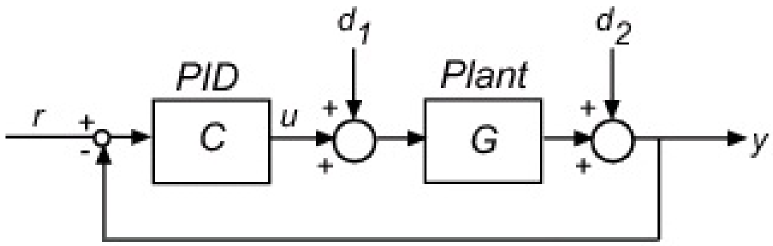


PID Controller

Two-degree-of-freedom
PID Controller
(PID Controller 2DOF)

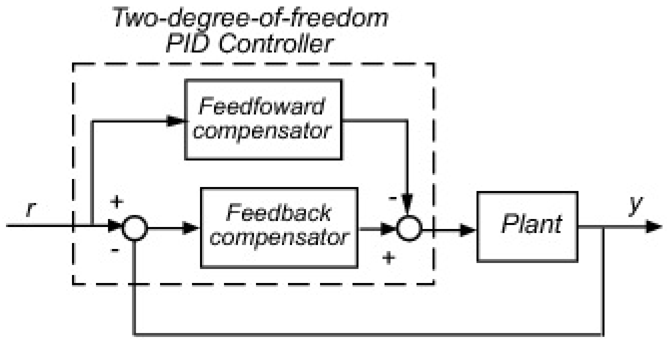


Funkcja PID Tuner



Charakterystyki (step, bode) dla:

- Reference tracing $\frac{y}{r}=\frac{CG}{1+CG}$
- Controller effort $\frac{u}{r}=\frac{C}{1+CG}$
- Input disturbance Rejection $\frac{y}{d_1}=\frac{G}{1+CG}$
- Output disturbance Rejection $\frac{y}{d_2}=\frac{1}{1+CG}$
- Open-loop CG
- Plant G



Feedforward compernsator - PD,
Feedback compensator - PID

Własności:
- płynne śledzenie wartości zadanej
- dobre tłumienie zakłóceń