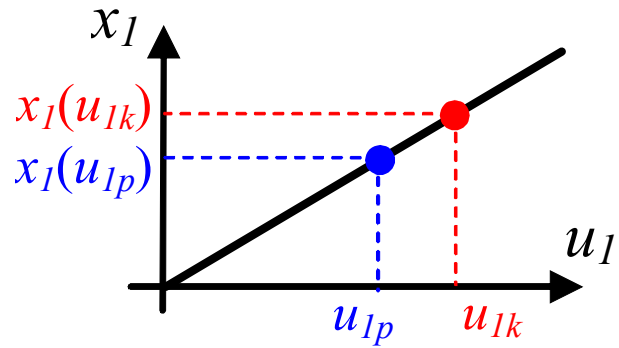


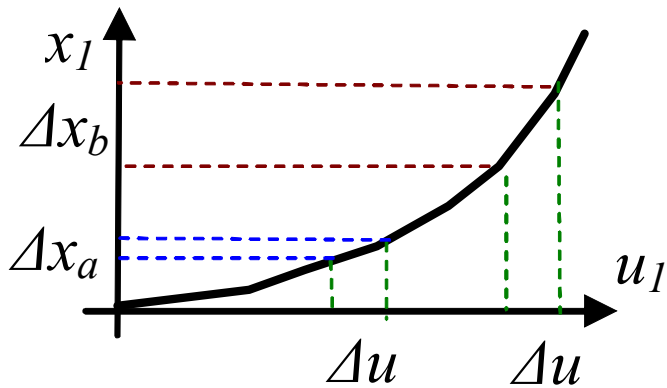
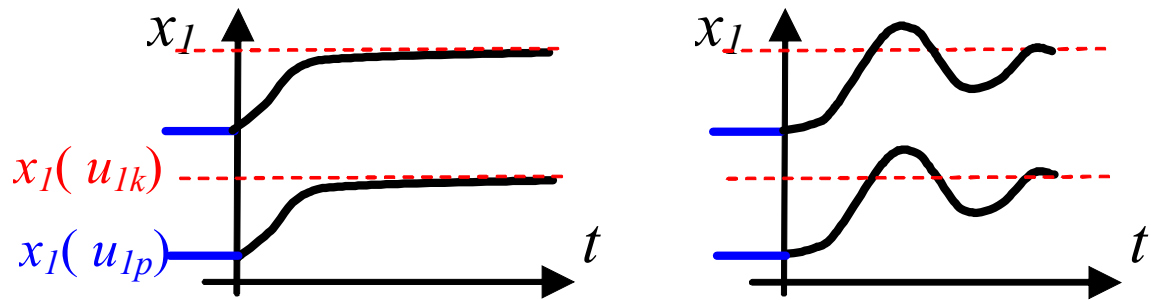
## Opis „statyczny”

Charakterystyki statyczne



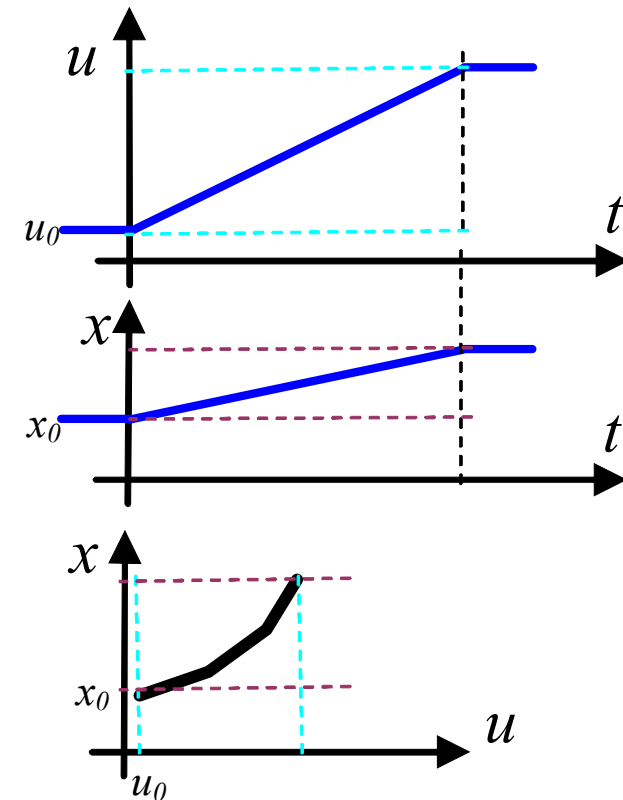
## Opis „dynamiczny”

Modele dynamiki

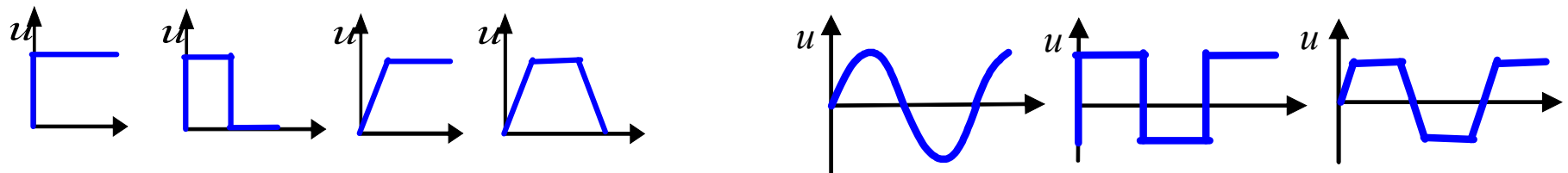
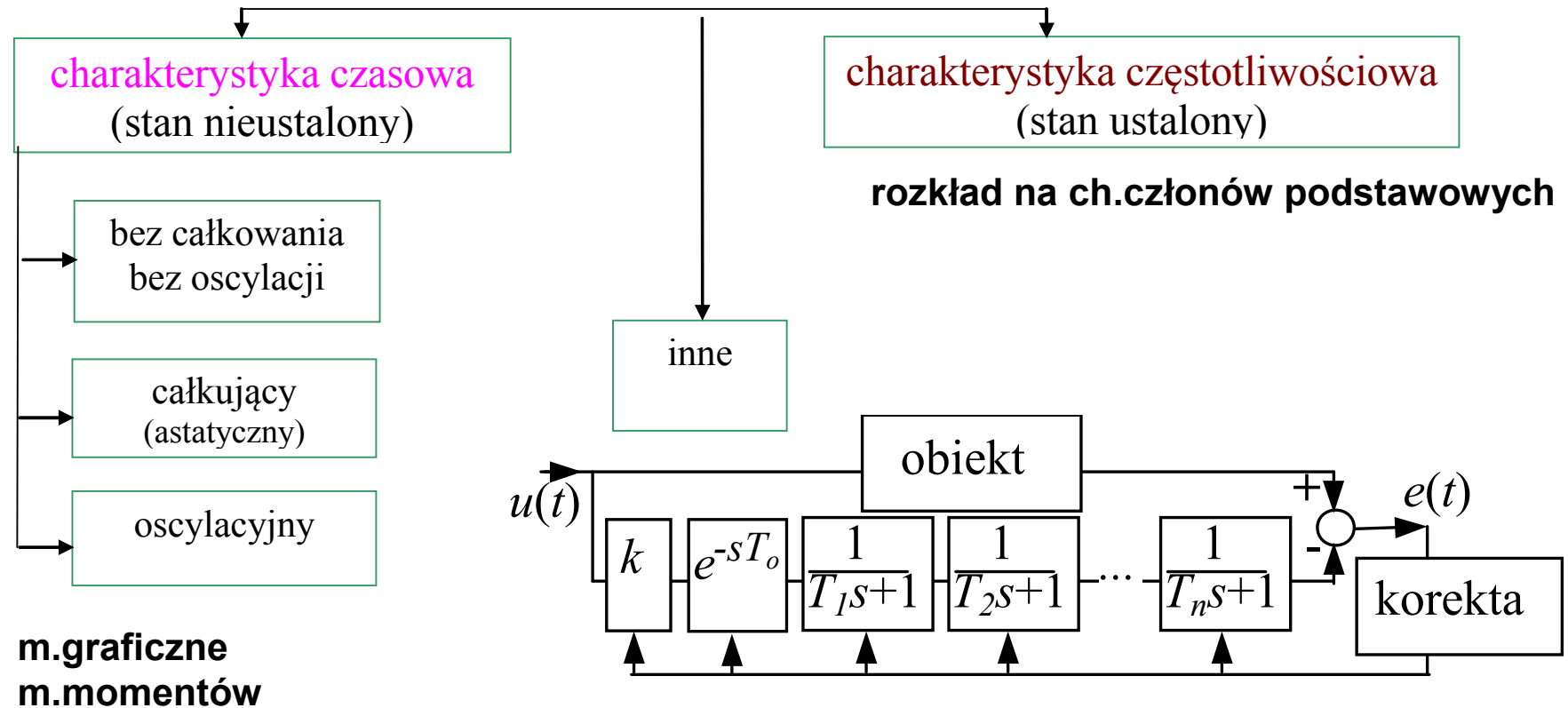


### czułość

- liniowość/nieliniowość
- porównanie różnych wejść (wyjść)



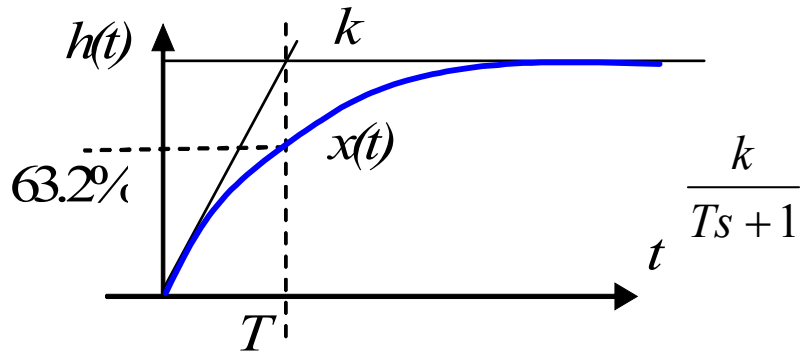
# Identyfikacja eksperymentalna



Modele linowe, stabilne

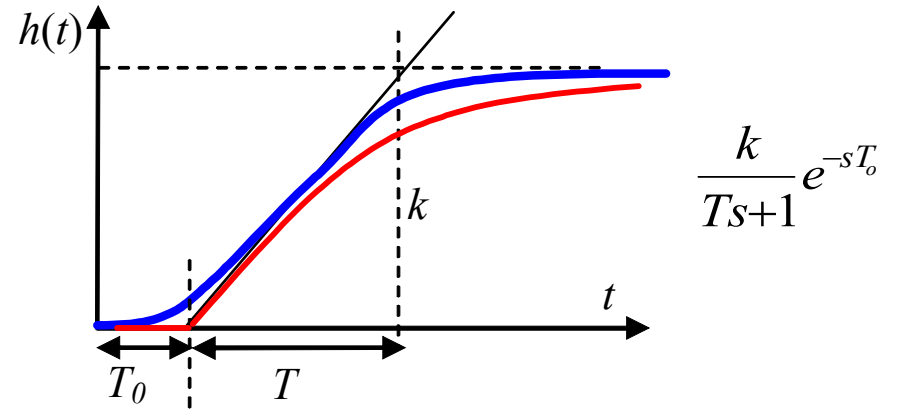
# Identyfikacja na podstawie odpowiedzi skokowej (reakcja na 1(t))

**obiekt 1. rzędu**



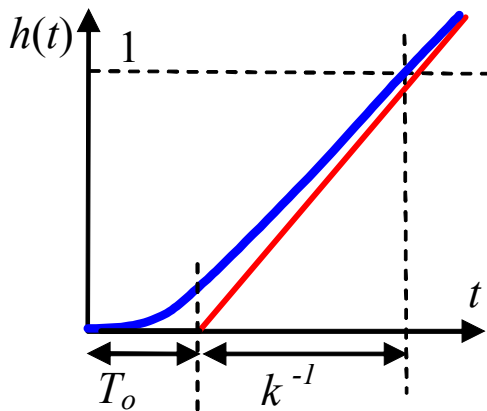
**obiekt rzędu > 1**

model Kùpfmùllera (FOTD)

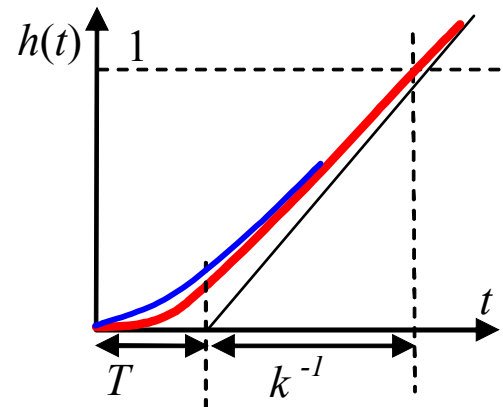


aproxymacja Padé  $e^{-sT_0} \approx \frac{1 - sT_0 / 2}{1 + sT_0 / 2}$

**obiekty astatyczne**



$$\frac{k}{s} e^{-sT_0}$$

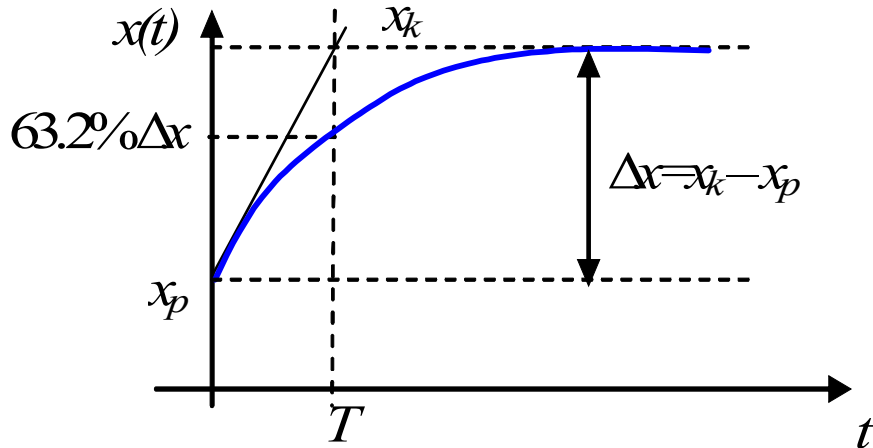


$$\frac{k}{s(Ts + 1)}$$

# Identyfikacja na podstawie odpowiedzi skokowej (reakcja na 1(t))

**obiekt 1. rzędu**

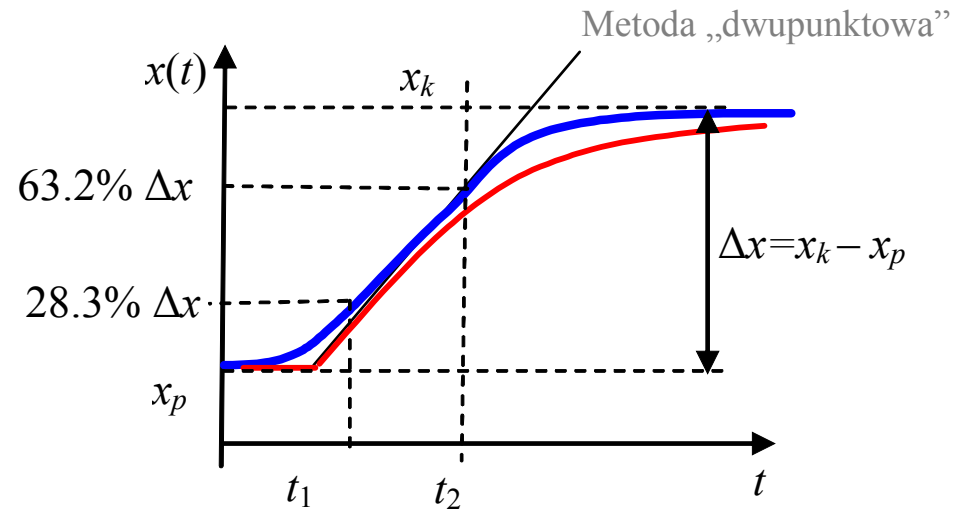
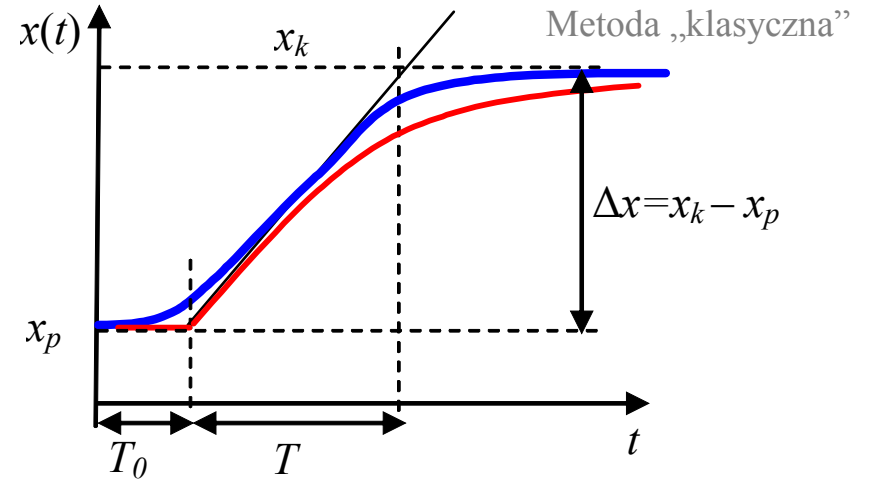
$$\frac{k}{Ts + 1}$$



$$k = \frac{\Delta x}{\Delta u}$$

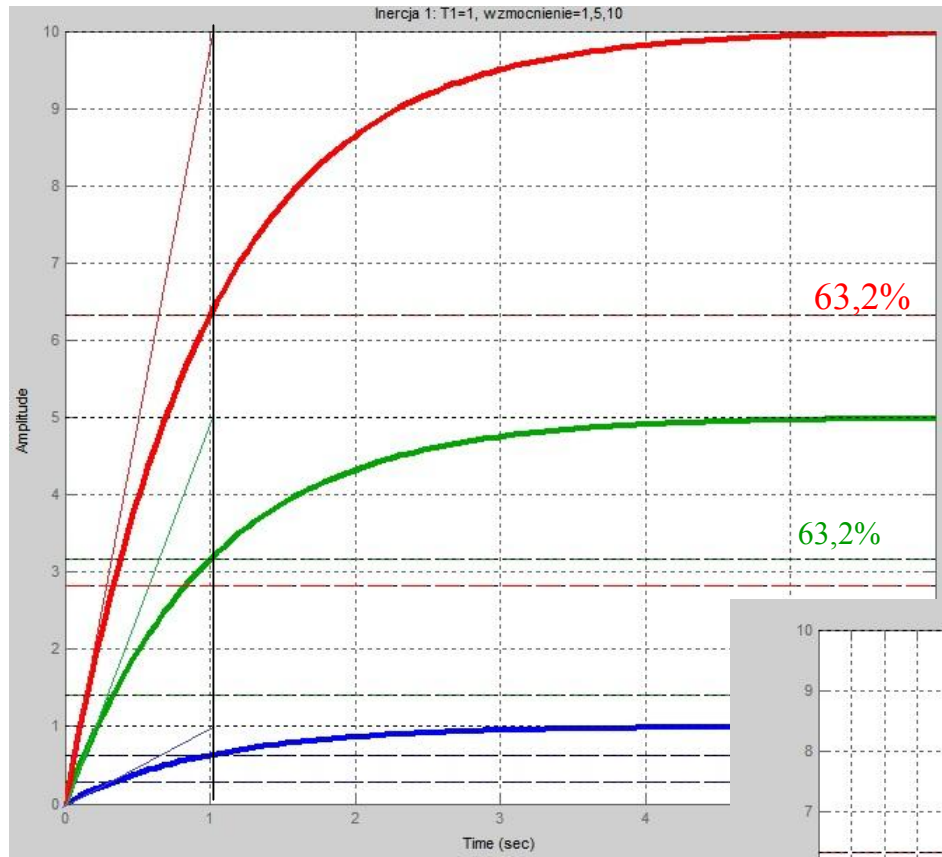
**obiekt rzędu > 1**

$$\frac{k}{Ts+1} e^{-sT_0}$$



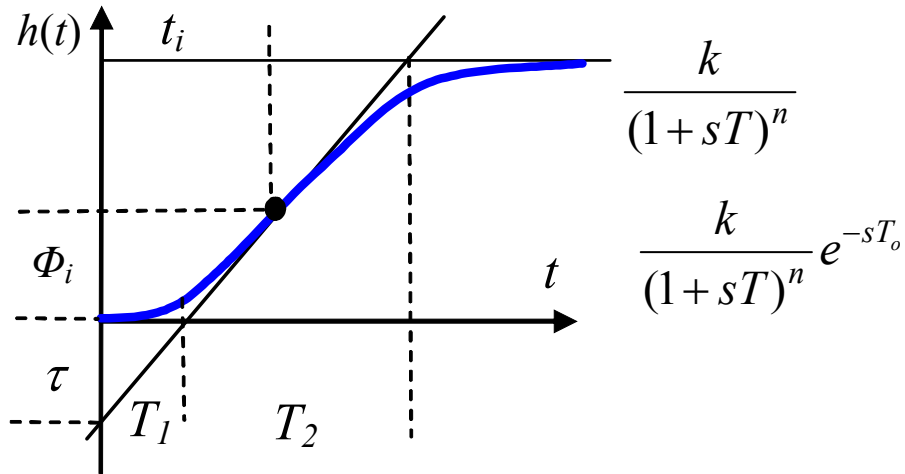
Dobre wyniki dla:  $0.15 < \frac{T_0}{T} < 0.6$        $T = 1.5 \cdot (t_2 - t_1)$ ,       $T_0 = t_2 - T$

# Identyfikacja na podstawie odpowiedzi skokowej (reakcja na 1(t))



# Identyfikacja na podstawie odpowiedzi skokowej

## model Strejca (1)



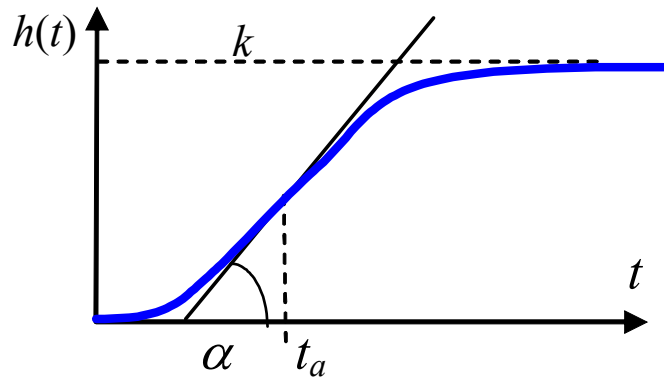
1. wyznaczn punkt przegięcia Q
2. znajdź  $\tau = T_1 / T_2$
3. wyznaczn rząd  $n$  z tablicy
  - jeśli  $\tau$  pomiędzy - wprowadź  $T_o$
4. wyznaczn  $T$  na podstawie  $t_i / T$
5. sprawdź wg  $T_1 / T, T_2 / T$

n	T2/T	T1/T	T1/T2	t <sub>i</sub> /T	Φ <sub>i</sub>
1	1	0	0	0	0
2	2,718	0,282	0,104	1	0,264
3	3,695	0,805	0,218	2	0,323
4	4,463	1,425	0,319	3	0,353
5	5,119	2,100	0,410	4	0,371
6	5,699	2,811	0,493	5	0,384
7	6,226	3,549	0,570	6	0,394
8	6,711	4,307	0,642	7	0,401
9	7,164	5,081	0,709	8	0,407
10	7,590	5,869	0,773	9	0,413



## model Strejca (2)

$h(t)$  – odpowiedź skokowa



$$G(s) = \frac{k}{(1+sT)^n}$$

$g(t)$  – odpowiedź impulsowa

$$g(t) = \mathcal{L}^{-1}[G(s)] = \frac{k}{(n-1)!T} \left(\frac{t}{T}\right)^{n-1} e^{-\frac{t}{T}}$$

punkt przegięcia  $h(t)$ :

$$\frac{d^2 h(t_a)}{dt^2} = \frac{dg(t_a)}{dt} = 0$$

$$t_a = T(n-1)$$

nachylenie  $h(t)$ :

$\text{tg } \alpha$

$$g(t_a) = \frac{k}{T} \frac{(n-1)^{n-1}}{(n-1)!} e^{1-n}$$

wzór Stirlinga  $n! \cong n^n e^{-n} \sqrt{2\pi n}$

$$n = 1 + 2\pi \frac{t_a^2 g^2(t_a)}{k^2}$$

$t_a, k, \text{tg } \alpha = g(t_a) \rightarrow n, k, T$



### Moment funkcji - interpretacja graficzna

- moment zerowy  $m_0 = \int_0^{\infty} x(t) dt$   
powierzchnia pod krzywą  $x(t)$

- moment pierwszy  $m_1 = \int_0^{\infty} tx(t) dt$   
powierzchnia pod krzywą  $tx(t)$

### Odpowiedź impulsowa $g(t)$ a transmitancja $G(s)$

$$g(t) = \mathcal{L}^{-1}[G(s)]$$

$$x(s) = G(s) * u(s), \quad \text{gdzie } :u(t) = \delta(t), \Rightarrow x(s) = G(s) * 1$$

### Rozwinięcie $x(s)$ w szereg Taylora w otoczeniu $s=0$

$$x(s)|_{s=0} \approx x(0) + \frac{1}{1!} sx^{(1)}(0) + \frac{1}{2!} s^2 x^{(2)}(0) + \dots$$

$$m_i = (-1)^i x^{(i)}(s=0)$$

$m_i = i$ -ty moment funkcji  $x(t)$

$x^{(i)}(s) =$  pochodna transformaty funkcji  $x(t)$

$$x(0) + \frac{1}{1!} sx^{(1)}(0) + \frac{1}{2!} s^2 x^{(2)}(0) + \dots = m_0 - \frac{1}{1!} m_1 s + \frac{1}{2!} m_2 s^2 - \frac{1}{3!} m_3 s^3 + \dots$$

$$G_{m,n}(s) = \frac{b_m s^m + \dots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + \dots + a_1 s + 1} = (m_0 - \frac{1}{1!} m_1 s + \frac{1}{2!} m_2 s^2 - \dots)$$

$$(m_0 - \frac{1}{1!} m_1 s + \frac{1}{2!} m_2 s^2 - \dots)(1 + a_1 s + \dots + a_n s^n) = b_0 + b_1 s + \dots + b_m s^m$$



# Identyfikacja na podstawie odpowiedzi impulsowej



metoda momentów

przykład

$$G_{2,3}(s) = \frac{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + 1} = \left( m_0 - \frac{1}{1!} m_1 s + \frac{1}{2!} m_2 s^2 - \dots \right)$$

$$\left( m_0 - \frac{1}{1} m_1 s + \frac{1}{2} m_2 s^2 - \frac{1}{6} m_3 s^3 \dots \right) (1 + a_1 s + a_2 s^2 + a_3 s^3) = b_0 + b_1 s + b_2 s^2$$

$$\begin{array}{r|l}
 m_0 & + m_0 a_1 s \quad + m_0 a_2 s^2 \quad + m_0 a_3 s^3 \quad + \\
 - m_1 s & - m_1 a_1 s^2 \quad - m_1 a_2 s^3 \quad - m_1 a_3 s^4 \quad + \\
 & + \frac{1}{2} m_2 s^2 \quad + \frac{1}{2} m_2 a_1 s^3 \quad + \frac{1}{2} m_2 a_2 s^4 \quad + \frac{1}{2} m_2 a_3 s^5 \quad + \\
 & - \frac{1}{6} m_3 s^3 \quad - \frac{1}{6} m_3 a_1 s^4 \quad - \frac{1}{6} m_3 a_2 s^5 \quad - \frac{1}{6} m_3 a_3 s^6 \quad + \dots \\
 - b_0 & - b_1 s \quad - b_2 s^2 \quad = 0
 \end{array}$$

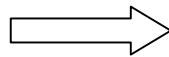


$$b_0 = m_0$$

$$m_0 a_1 - b_1 = m_1$$

$$m_0 a_2 - m_1 a_1 - b_2 = \frac{1}{2} m_2$$

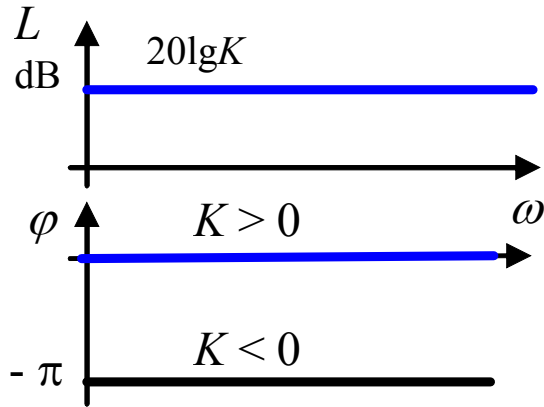
.....



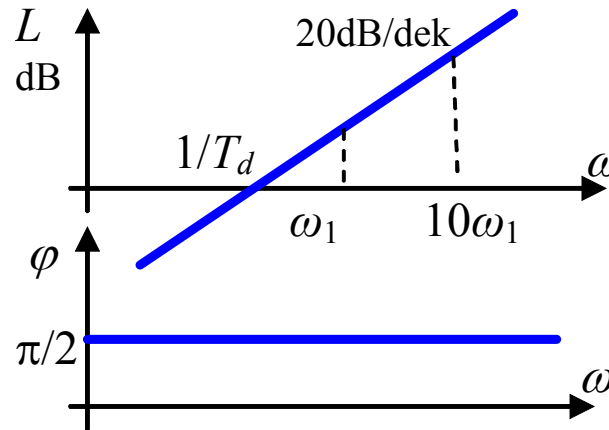
$$\begin{bmatrix}
 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 m_0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\
 m_1 & -m_0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
 \frac{1}{2} m_2 & -m_1 & m_0 & 0 & 0 & 0 \\
 \frac{1}{6} m_3 & -\frac{1}{2} m_2 & m_1 & 0 & 0 & 0 \\
 \frac{1}{24} m_4 & -\frac{1}{6} m_3 & \frac{1}{2} m_2 & 0 & 0 & 0
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 a_1 \\
 a_2 \\
 a_3 \\
 b_0 \\
 b_1 \\
 b_2
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 m_0 \\
 m_1 \\
 \frac{1}{2} m_2 \\
 \frac{1}{6} m_3 \\
 \frac{1}{24} m_4 \\
 \frac{1}{120} m_5
 \end{bmatrix}
 \quad \text{9}$$

# Identyfikacja na podstawie charakterystyk częstotliwościowych

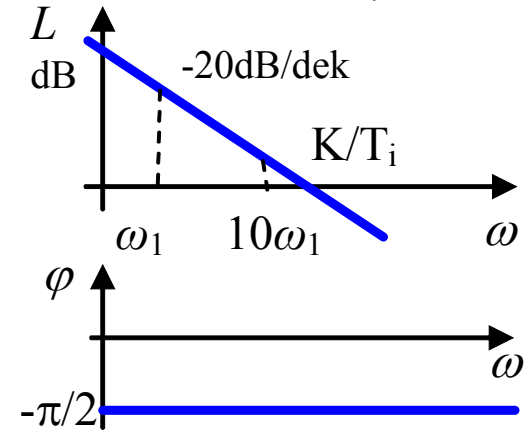
$$G(j\omega) = K$$



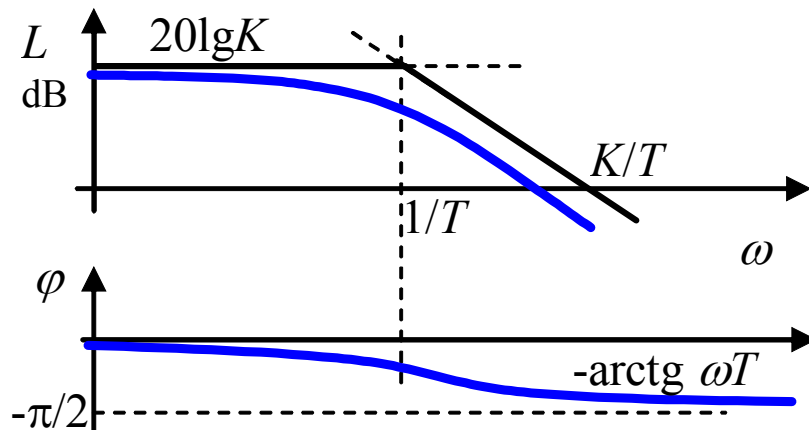
$$G(j\omega) = j\omega T_d$$



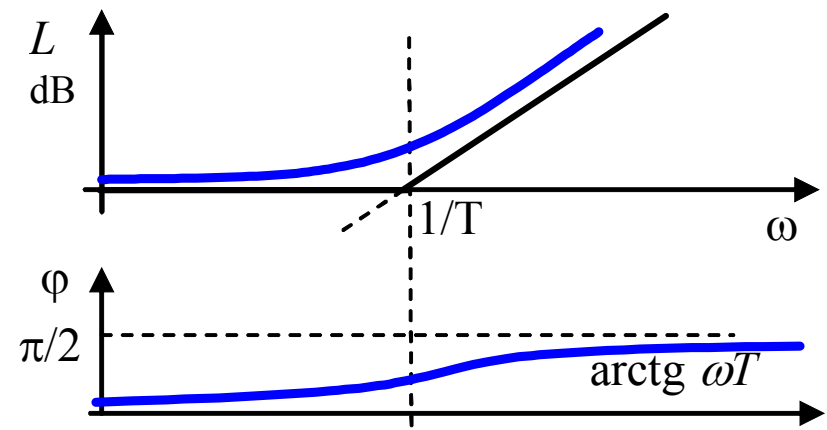
$$G(j\omega) = \frac{K}{j\omega T_i}$$



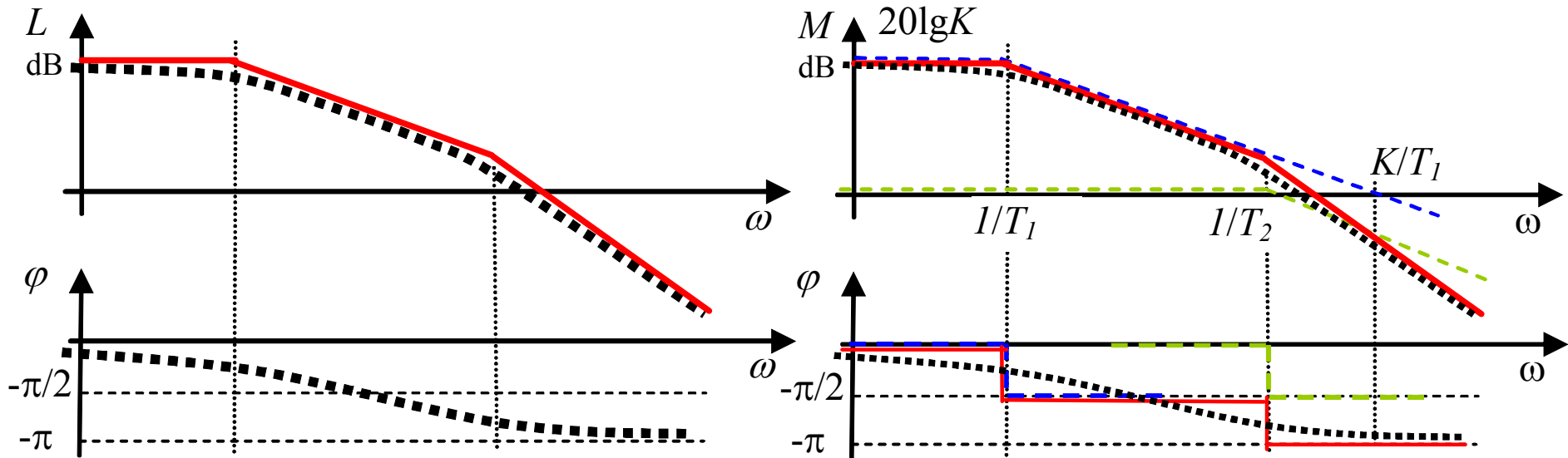
$$G(j\omega) = \frac{K}{1 + j\omega T}$$



$$G(j\omega) = 1 + j\omega T$$



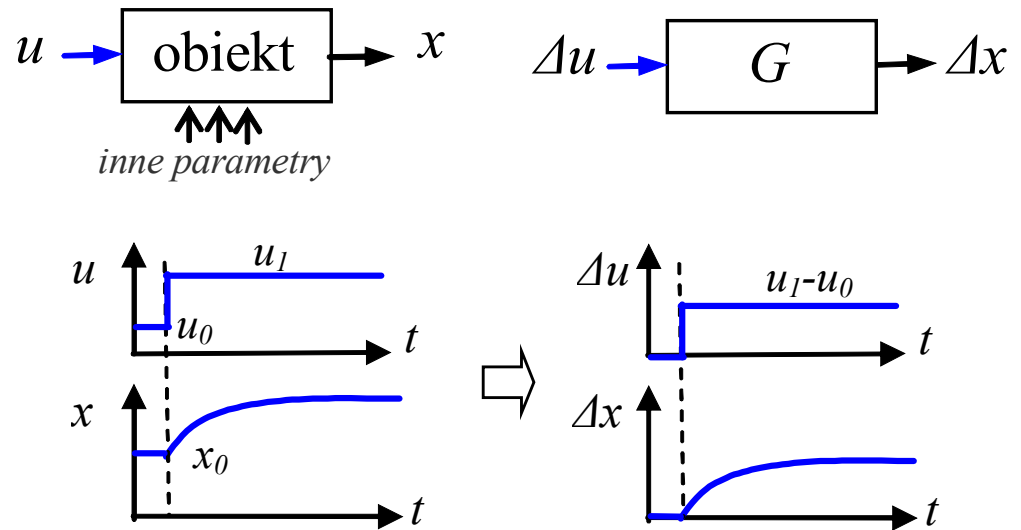
## Identyfikacja na podstawie charakterystyk częstotliwościowych



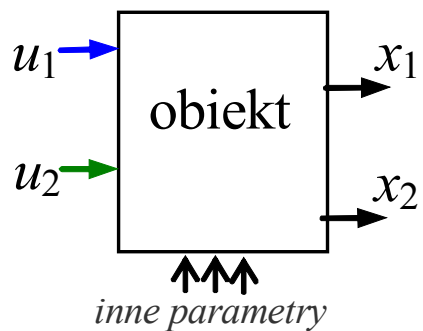
1. Zarejestruj stany ustalone odpowiedzi układu na wymuszenia harmoniczne w odpowiednim zakresie częstotliwości i amplitud.
2. Przedstaw wyniki w postaci logarytmicznych wykresów modułu  $M(\omega)$  i fazy  $\varphi(\omega)$ .
3. Na podstawie wykresu modułu odtwórz przebieg charakterystyki asymptotycznej, tzn. krzywą łamaną o nachyleniach, które są wielokrotnościami  $\pm 20\text{dB/dek}$ .
4. Na podstawie charakterystyki asymptotycznej odtwórz się charakterystykę fazową części minimalnofazowej -  $\varphi^*(\omega)$ .
5. Porównując charakterystykę  $\varphi^*(\omega)$  z wykresem doświadczalnym  $\varphi(\omega)$ , zidentyfikuj człony nieminimalnofazowe (opóźnienie, przesuwnik fazowy) lub stwierdź ich brak.
6. Porównanie wykresów  $\varphi^*(\omega)$  i  $\varphi(\omega)$  pozwala też na korektę asymptotycznego wykresu modułu, szczególnie w przypadku występowania członów oscylacyjnych.
7. Na podstawie charakterystyki asymptotycznej zidentyfikuj człony minimalnofazowe.

## Identyfikacja eksperymentalna - własności

- modele liniowe, stabilne
- modele black-box
- SISO
- możliwa automatyzacja

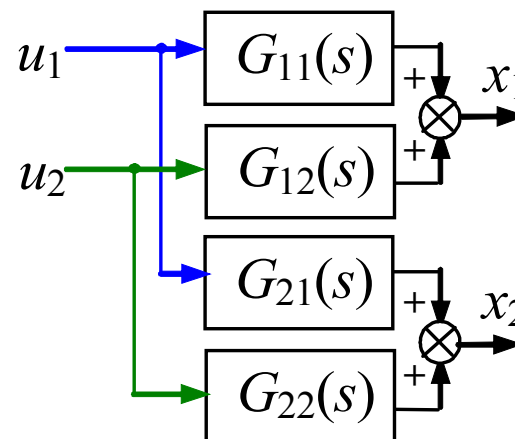


## MIMO

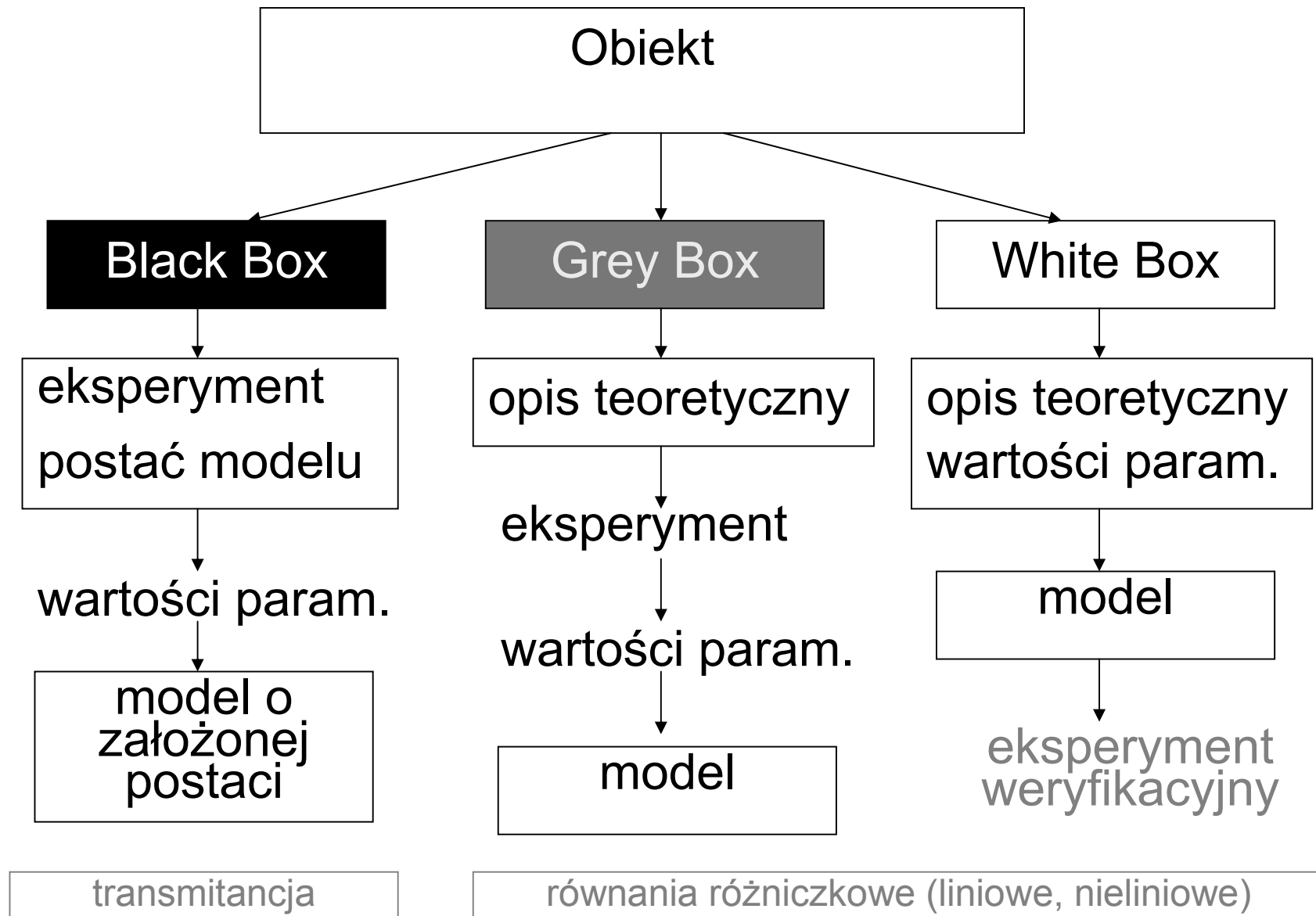


$$x_1(s) = G_{11}(s)u_1(s) + G_{12}(s)u_2(s)$$

$$x_2(s) = G_{21}(s)u_1(s) + G_{22}(s)u_2(s)$$



## Modelowanie i identyfikacja



## Zastosowanie modelowania (układy sterowania)

