Idea: przyrównać transmitancję zamkniętego układu regulacji do „typowej” transmitancji o zadanych parametrach

Zasady:

- wyznaczyć tramsmitancję układu regulacji (na podstawie modelu obiektu i regulatora)
- założyć prosty model docelowej transmitancji układu zamkniętego
  - „typowe” transmitancje o przebadanych własnościach
  - określić docelowe wartości parametrów
- rozwiązać, np.:
  - wyznaczyć transmitancję regulatora i jego parametry
  - lub ułożyć układ równań do wyznaczenia parametrów regulatora

Przykłady typowych transmitancji (przebadane własności):

$$G_{02} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

$$G_{03} = \frac{a\omega_n^3}{(s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2)(s + a\omega_n)}$$

$$G_{12} = \frac{\omega_n (s + b\omega_n)}{b(s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2)}$$

$$G_{13} = \frac{a\omega_n^2 (s + b\omega_n)}{b(s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2)(s + a\omega_n)}$$

$$G_z = \frac{1}{1 + T_z s} e^{sT_0}$$

$$h(t) = 1 - Ae^{\alpha t}\sin(\omega_r t + \varphi)$$

$$s_{1,2} = \alpha \pm j\omega_r = -\sigma \pm j\omega_r$$

$$\alpha = -\xi\omega_n \qquad \sigma = \xi\omega_n$$

$$\omega_r = \omega_n\sqrt{1-\xi^2}$$

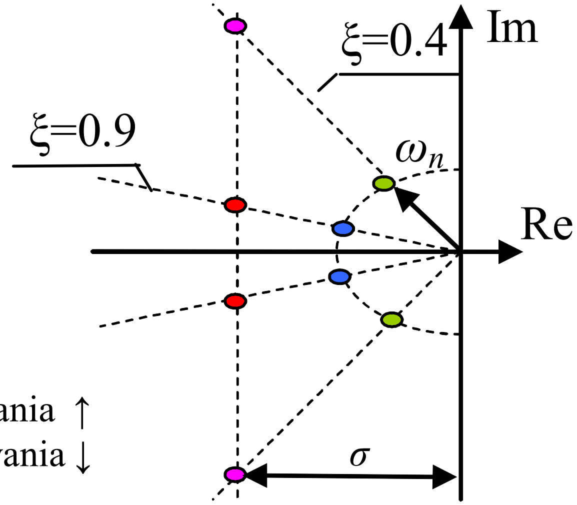
ω_n - szybkość odpowiedzi

$\xi = 0{,}5 \div 1$

duże znaczenie a i b dla <1

$a \uparrow$ - szybkość $\downarrow$, przeregulowania $\uparrow$

$b \uparrow$ - szybkość $\uparrow$, przeregulowania $\downarrow$



Uzupełnić

► Metoda reduktów

Docelowa transmitancja układu zamkniętego = człon oscylacyjny o parametrach ω_n i ξ

1. Wyznaczenie transmitancji układu zamkniętego (na podstawie modelu obiektu i regulatora)
2. Rozwinięcie w ułamek łańcuchowy typu V
3. Redukt drugiego rzędu jako uproszczony model układu
4. Porównanie mianownika reduktu z członem oscylacyjnym

$$s^2 + 2\xi\,\omega_n\, s + \omega_n^2 = s^2 + 2n\,s + \omega_n^2$$

5. Zakładając wartości ω_n^2 i n , otrzymujemy nieliniowy układ równań (pulsacja - oscylacje, czas regulacji - tłumienie)
6. Rozwiązanie układu równań (wyznaczenie parametrow regulatora) (działania na zmiennych symbolicznych, np. Mathematica)
7. Ostateczny wybor parametrow na podstawie symulacji

Rozwinięcia w ułamki łańcuchowe (szybkozbieżne)

Rozwinięcia w szereg potęgowy (wolnozbieżne/rozbieżne)

$$\frac{43}{5} = 8+\frac{3}{5} = 8+\frac{1}{\frac{5}{3}} = 8+\frac{1}{1+\frac{2}{3}} = 8+\frac{1}{1+\frac{1}{\frac{3}{2}}} = 8+\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{2}}} = 8+\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{\frac{2}{1}}}} = 8+\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{2}}}$$

$$= 8+\frac{3}{5} \approx 8$$

$$= 8+\frac{1}{1+\frac{2}{3}} \approx 8+\frac{1}{1} = 9$$

$$= 8+\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{2}}} \approx 8+\frac{1}{1+\frac{1}{1}} = 8\frac{1}{2}$$

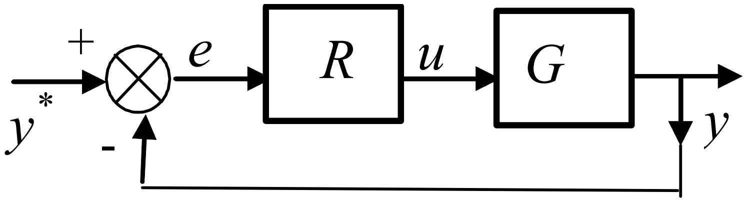
Redukty (przybliżenia)

$$\frac{a_{21}+a_{22}s+\ldots+a_{2n}s^{n-1}}{a_{11}+a_{12}s+\ldots+a_{1n}s^{n-1}} = \cfrac{1}{h_1+\cfrac{1}{\cfrac{h_2}{s}+\cfrac{1}{h_3+\cfrac{1}{\cfrac{h_4}{s}\ddots}}}} = \cfrac{1}{h_1+\cfrac{s}{h_2+\cfrac{s}{h_3+\cfrac{s}{h_4\ddots}}}}$$

$$= \frac{1|}{|\,h_1} + \frac{1|}{\left|\frac{h_2}{s}\right.} + \frac{1|}{|\,h_3} + \frac{1|}{\left|\frac{h_4}{s}\right.} + \ldots = \frac{1|}{|\,h_1} + \frac{s\,|}{|h_2} + \frac{s\,|}{|\,h_3} + \frac{s\,|}{|h_4} + \ldots$$

Algorytmy rozwinięć w ułamki proste, np.:
- algorytm Wiskowatowa
- algorytm Thielego

► Metoda reduktów - przykład



$$\frac{Y}{Y^*} = G_z = \frac{RG}{1+RG} = \frac{L_R L_o}{M_R M_o + L_R L_o}$$

$$G = \frac{k_o}{s(Ts+1)} \qquad R = K_p\left(1+\frac{1}{T_i s}+T_d s\right) = K_p\frac{T_i T_d s^2 + T_i s + 1}{T_i s}$$

$$G_z = \frac{L_R L_o}{M_R M_o + L_R L_o}$$

$$G_z = \frac{K_p(T_i T_d s^2 + T_i s + 1)\cdot k_o}{T_i s\cdot s(Ts+1) + K_p(T_i T_d s^2 + T_i s + 1)\cdot k_o}$$

$$G_z = \frac{K_p k_o T_i T_d s^2 + K_p k_o T_i s + K_p k_o}{T T_i s^3 + T_i s^2 + K_p k_o T_i T_d s^2 + K_p k_o T_i s + K_p k_o}$$

$$\boxed{G_z = \frac{\frac{K_p k_o T_d}{T}s^2 + \frac{K_p k_o}{T}s + \frac{K_p k_o}{T T_i}}{s^3 + \frac{1+K_p k_o T_d}{T}s^2 + \frac{K_p k_o}{T}s + \frac{K_p k_o}{T T_i}}}$$

$$\boxed{G_z = \frac{c_2 s^2 + c_1 s + c_0}{d_3 s^3 + d_2 s^2 + d_1 s + d_0}}$$

$$c_0 = d_0,\ c_1 = d_1$$

Rozwinięcie w ułamek łańcuchowy V i redukt G_{12}:

$$\boxed{G_{12} = \frac{B_1 s + B_0}{s^2 + A_1 s + A_0}}$$

Układ równań do wyznaczenia nastaw:

$$u = c_0 d_3 - c_3 d_0$$
$$v = c_0 d_2 - c_2 d_0$$
$$a_{31} = c_0 d_1 - c_1 d_0$$
$$a_{41} = a_{31} c_1 - c_0 v$$
$$a_{51} = a_{41} v - a_{31}(a_{31} c_2 - u c_0)$$

$$A_0 = \frac{a_{41} c_0 d_0}{a_{51}} \qquad A_1 = \frac{a_{31}^2 a_{41} + a_{51} c_0 d_0 + a_{41}^2 d_0}{a_{31} a_{51}}$$

$$B_0 = \frac{c_0}{d_0} A_0 \qquad B_1 = \frac{a_{51} c_0^2 + a_{41}^2 c_0}{a_{31} a_{51}}$$

Halawa/r.7.1 (s.133,136-137); Halawa/r.9.3

► Metoda reduktów

Wzory Halawy dla obiektów:

- transmitancje 2. i 3. rzędu (np. zidentyfikowane m.momentów)

$$\frac{b_1 s + b_0}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}$$

$$\frac{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0}$$

(b_1 i b_2 mogą być równe 0)

- obiekty (transmitancje) z całkowaniem

$$\frac{k_o}{s(Ts+1)}$$

- transmitancje z opóźnieniem (typu model Küpfmüllera)

$$\frac{L(s)}{M(s)} e^{-sT_0} \xrightarrow{\text{aproksymacja Pade}} \frac{L_0(s)}{M_0(s)}$$

i regulatorów

- PI

$$R = K_p\left(1 + \frac{1}{T_i s}\right)$$

- PD

$$R = K_p(1 + T_d s)$$

- PID

$$R = K_p\left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s\right)$$

► IMC -> Skogestad IMC (SIMple Control)

Transmitancja układu zamkniętego:

$$G_z = \frac{RG}{1+RG}$$

stąd: $R = \frac{1}{G}\frac{G_z}{1-G_z}$

Docelowa transmitancja układu zamkniętego:

$$G_z = \frac{1}{1+T_z s}e^{sT_0}$$

z zadanymi parametrami UR:

- T_z – zadana wartość stałej czasowej UR
- T_0 – opóźnienie takie jak obiektu

$$R = \frac{1}{G}\frac{\frac{1}{1+T_z s}e^{sT_0}}{1-\frac{1}{1+T_z s}e^{sT_0}} = \frac{1}{G}\frac{e^{sT_0}}{1+T_z s - e^{sT_0}}$$

Po podstawieniu modelu obiektu, np.: $G = \frac{k}{Ts+1}e^{-sT_0}$

$$R = \frac{1}{\frac{k}{1+Ts}e^{sT_o}}\frac{e^{sT_0}}{1+T_z s - e^{sT_0}} = \frac{1+Ts}{k\left(1+T_z s - e^{sT_0}\right)} \xrightarrow{e^{-sT_0} \approx 1 - sT_0} \boxed{R = \frac{T}{k(T_z+T_0))}\left(1+\frac{1}{Ts}\right)}$$

PI: $T_i = T$

Aplikacja regulacji IMC na PID (→ Układy regulacji z modelem)

Dobór stałej T_z ze względu na szybkość UR na zmianę SP (wpływ na wymagania dla wielkości sterującej):

- agresywny $0.1\ T < T_z < 0.8\ T_0$
- średni $T < T_z < 8\ T_0$
- „konserwatywny” $10\ T < T_z < 80\ T_0$

Gdy $T >> T_0$ to wolna reakcja ma zakłócenia ⟶ Modyfikacje Skogestada:

$T_i = \min[\ T, 4(\ T_z + T_o)]$

$T_z = T_0$

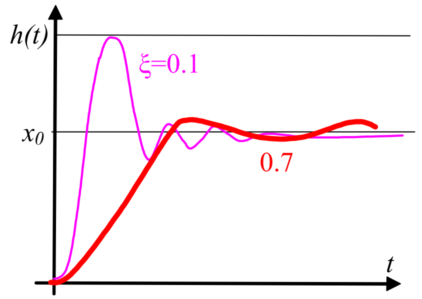
[Sigurd **Skogestad**, prof. inżynierii chemicznej, Norwegian University of Science and Technology (NTNU)]

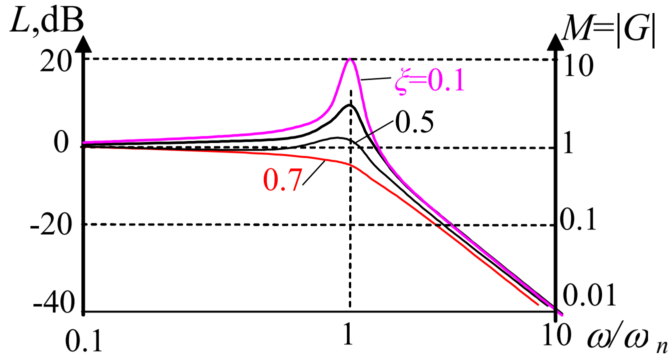
Dobór nastaw regulatorów metodą SIMC, *Vítečková, Víteček, Jaracz (pdf)*

https://intranet.ceautomatica.es/sites/default/files/upload/13/files/XVSimpIC17_SSkogestad1_NTNU.pdf

[Pid controllers; Astrom/r.6.6

Idea:





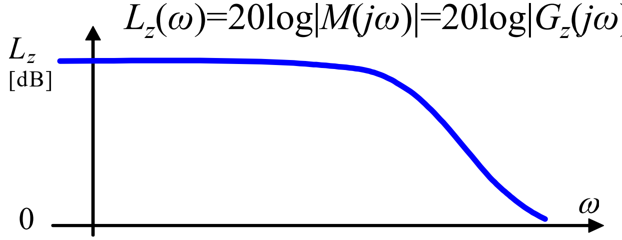
▶ Kryterium optymalnego modułu

Modulus Optimum (BO – Betrags Optimum)

▶ Kryterium optimum symetrycznego

Symmetrical Optimum (SO – Symmetrusche Optimum)

$$L_z(\omega)=20\log|M(j\omega)|=20\log|G_z(j\omega)|$$



Kryterium optymalnego modułu:
- dla niskich częstotliwości wzmocnienie bliskie 1
- jak najszersze pasmo przenoszenia sygnału użytecznego
- bez szczytu rezonansowego, możliwie wolno maleje

Efekty:
- wierne odtwarzanie sygnału sterującego
- małe czasy regulacji
- niewielkie przeregulowania

$$G_z(0)=1 \wedge \left(\frac{d^{2n}|G_z(\omega)|}{d\omega^{2n}}\right)_{\omega=0}=0$$

Dla obiektów z całkowaniem

Kryterium optimum symetrycznego:
- ch-ka symetryczna wokół pewnej częstotliwości ω_0

Warunki symetrii:

$$G_z(s)\,G_z(1/s)=1 \;\wedge\; G_z(s)+G_z(1/s)=1$$

Metody BO i SO zalicza się też metod optymalizacyjnych, może być tez nazywana metodą kształtowaniem pętli (Astrom/200)

[Advanced PID/Astrom/r.6.7],[Brzózka/13/3]

► Kryterium optymalnego modułu ► Kryterium optimum symetrycznego

Metody zastosowania (1):

1. Na podstawie modelu obiektu i regulatora wyznaczyć G_z z parametrami (nastawami regulatora)
2. Zbadać $|G_z(j\omega)|$ i wyznaczyć nastawy, które zapewniają optymalny moduł / symetryczne optimum

Transmitancje o „płaskiej” ch-ce modułu (typ G_{BO})

$$G_z(s) = \frac{\omega_0^2}{s^2 + \sqrt{2}\omega_0 s + \omega_0^2}$$

$$G_z(s) = \frac{\omega_0^3}{s^3 + 2\omega_0 s^2 + 2\omega_0^2 s + \omega_0^3} = \frac{\omega_0^3}{(s+\omega_0)(s^2 + \omega_0 s + \omega_0^2)}$$

Transmitancje o symetrycznej ch-ce modułu (typ G_{SO})

$$G_z(s) = \frac{(2s+\omega_0)\omega_0^2}{(s+\omega_0)(s^2 + \omega_0 s + \omega_0^2)}$$

$$G_z = \frac{G_o}{1+G_o} \longrightarrow G_o = \frac{G_z}{1-G_z}$$

typ G_{BO}

$$G_o = \frac{\omega_0^2}{s(s+\sqrt{2}\omega_0)}$$

$$G_o = \frac{\omega_0^3}{s(s^2 + 2\omega_0 s + 2\omega_0^2)}$$

typ G_{SO}

Metody zastosowania (2):

1. Przedstawić model obiektu w jednej z postaci:

$$G_1 = \frac{k}{(Ts+1)} \qquad G_2 = \frac{k}{(T_1 s+1)(T_2 s+1)} \qquad G_3 = \frac{k}{(T_1 s+1)(T_2 s+1)(T_3 s+1)} \qquad G_4 = \frac{k}{s(Ts+1)} \qquad G_5 = \frac{k}{s(T_1 s+1)(T_2 s+1)}$$

2. Na podstawie modelu obiektu i regulatora wyznaczyć transmitancję G_o z parametrami (nastawami regulatora)
3. Znaleźć podobną transmitancję typu G_{BO} lub G_{SO} i wyznaczyć parametry regulatora

[Advanced PID/Astrom/r.6.7],[Brzózka/13/3]

M.zawansowane – metody optymalizacyjne (analityczne)

Zasady:

- dla danego modelu (postaci modelu) obiektu, założyć postać (strukturę) regulatora z kilkoma parametrami (nastawami)
- sformułować wymagania w postaci funkcji zależnych od nastaw
- najważniejsze wymaganie wybrać jako funkcję celu dla optymalizacji
- znaleźć minimum funkcji celu (dla jakich nastaw)

Uwagi:

- należy zachować ostrożność przy formułowniu kryteriów i ograniczeń (np. kryterium będzie optymale, ale regulator nieodpowiedni – nie spełnia ograniczeń),
- funkcja celu może mnieć wiele lokalnych optimów
- duży nakład obliczeniowy i problemy numeryczne

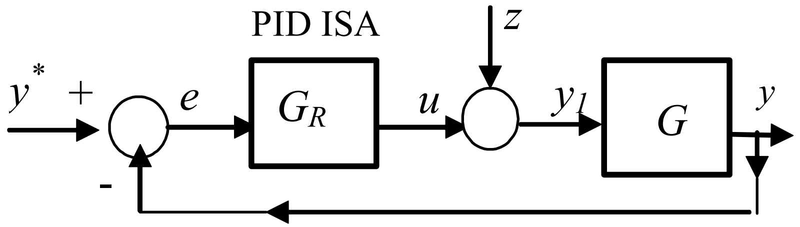
Zalecenia:

- ważne jest żeby dobrze sformułować problem i wprowadzić odpowiednie ograniczenia
- dla PID szczególnie wżne jest wprowadzenie odporności (robustness)

Przykład: Mapa nastaw (tuning map) [Advanced PID/Astrom/Tab.6.7] ilustruje, że trzeba uwzględnić rózne aspekty problemu - nie tylko optymalizowane kryterium, ale też wrażliwość, odporność

[Advanced PID/Astrom/r.6.7]

► Optymalizacja wg ET Automatyka



Opis układu:

$$G_R = K_p$$

$$G_R = K_p\left(1+\frac{1}{T_i s}\right)$$

$$G_R = K_p\left(1+\frac{1}{T_i s}+T_d s\right)$$

$$G = \frac{ke^{-T_0 s}}{Ts+1}$$

$$G = \frac{ke^{-T_0 s}}{s(Ts+1)}$$

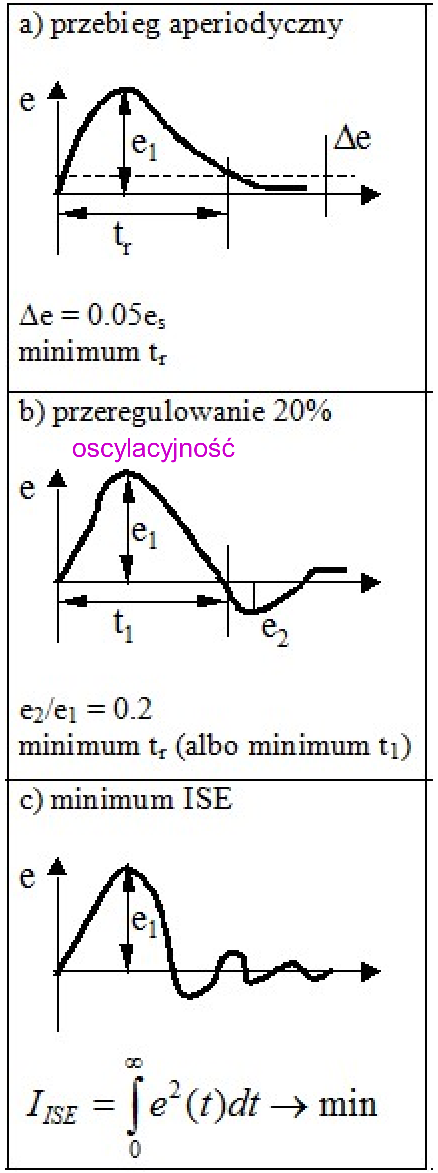
(z identyfikacji
lub po uproszczeniu)

Optymalizowany wskaźnik jakości regulacji:

a) minimalny czas regulacji (t_r) i aperiodyczny przebieg błędu $e(t)$
b) minimalny czas regulacji (t_r) i oscylacyjność ograniczona do 20%
c) minimalny wskaźnik całkowy I_{ISE}

Rezultat optymalizacji:

- wzory na nastawy regulatora
- wzory na wartości wskaźników jakości

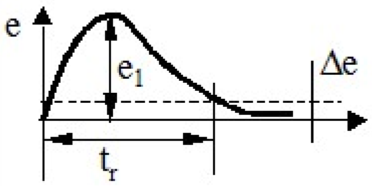


Przykład realizacji – Halawa/r.9.2

[Findeisen/302][ET Automatyka/321][Halawa/r.9.2]

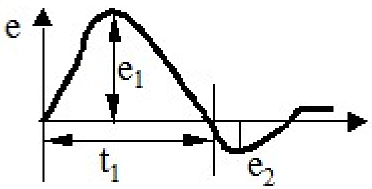
► Optymalizacja wg ET Automatyka

a) przebieg aperiodyczny



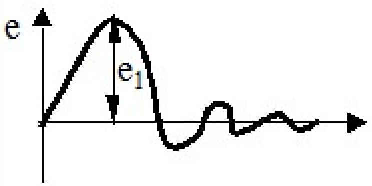
$\Delta e = 0.05 e_s$
minimum t_r

b) przeregulowanie 20%
oscylacyjność



$e_2/e_1 = 0.2$
minimum t_r (albo minimum t_1)

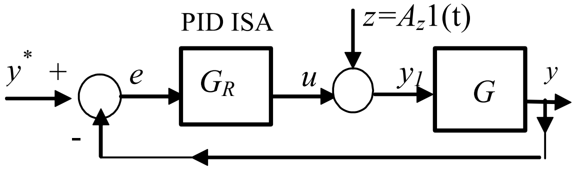
c) minimum ISE



$$I_{ISE} = \int_0^\infty e^2(t)dt \to \min$$

$$G = \frac{ke^{-T_0 s}}{Ts+1}$$

Kr.	R	Optymalne nastawy			Wskaźnik jakości			
		K_p	T_i	T_d	$\frac{t_r}{T_0}$	$\frac{e_1}{kA_z}$	$\frac{e_u}{kA_z}$	$\frac{I_{ISE\min}}{T_0 kA_z}$
a	P	$\frac{0.3}{kT_0/T}$	-		4.5	$\frac{T_0/T}{0.3+T_0/T}$	$\frac{T_0/T}{0.3+T_0/T}$	-
	PI	$\frac{0.6}{kT_0/T}$	$0.8T_0+0.5T$		8	$0.1+T_0/T$	0	-
	PID	$\frac{0.95}{kT_0/T}$	$2.4T_0$	$0.4T_0$	5.5	$0.06+0.84T_0/T$	0	-
b (t_r)	P	$\frac{0.7}{kT_0/T}$	-		6.5	$\frac{1.2T_0/T}{0.7+T_0/T}$	$\frac{T_0/T}{0.7+T_0/T}$	-
	PI	$\frac{0.7}{kT_0/T}$	$T_0+0.3T$		12	$0.05+0.95T_0/T$	0	-
	PID	$\frac{1.2}{kT_0/T}$	$2.0T_0$	$0.4T_0$	7	$0.05+0.78T_0/T$	0	-
c	P	-	-		-	-	-	-
	PI	$\frac{1.0}{kT_0/T}$	$T_0+0.35T$		16	$0.03+0.9T_0/T$	-	$0.03+0.5T_0/T$
	PID	$\frac{1.4}{kT_0/T}$	$1.3T_0$	$0.5T_0$	10	$0.05+0.7T_0/T$	-	$0.07+0.22T_0/T$

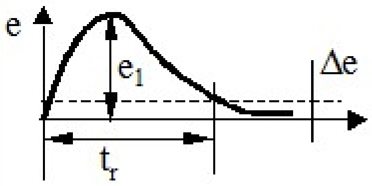


Uwaga: Wyznaczone przy skokowym zakłóceniu z

[Findeisen/302][ET Automatyka/321]

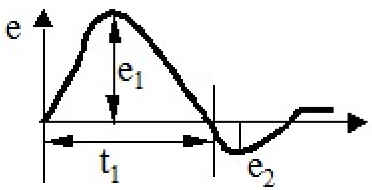
► Optymalizacja wg ET Automatyka

a) przebieg aperiodyczny



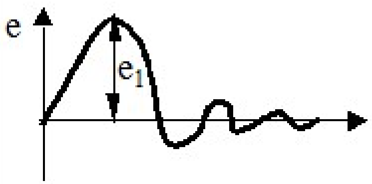
$\Delta e = 0.05 e_s$
minimum t_r

oscylacyjność
b) przeregulowanie 20%



$e_2/e_1 = 0.2$
minimum t_r (albo minimum t_1)

c) minimum ISE

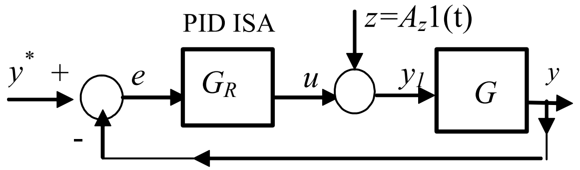


$$I_{ISE} = \int_0^\infty e^2(t)dt \to \min$$

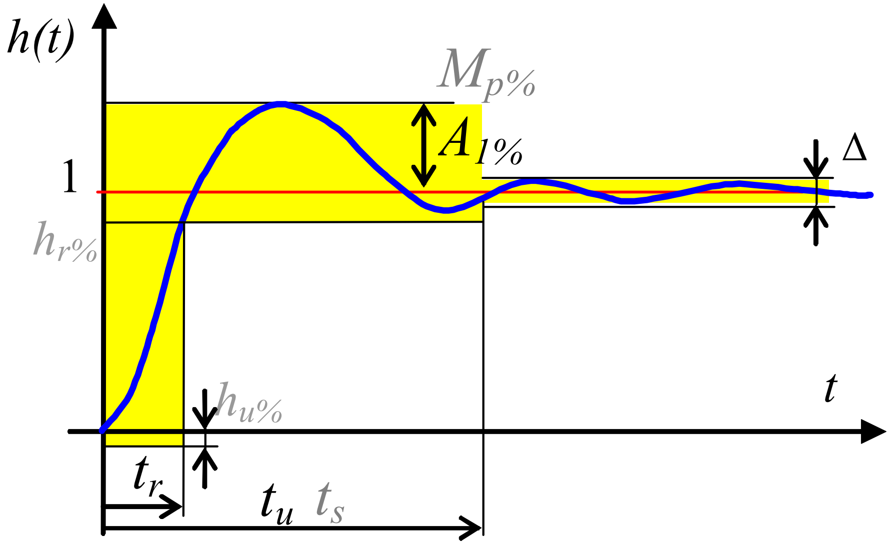
$$G = \frac{ke^{-T_0 s}}{s(Ts+1)}$$

Kr.	R	Optymalne nastawy			Wskaźnik jakości			
		K_p	T_i	T_d	$\frac{t_r}{T_0}$	$\frac{e_1 T}{kA_z T_0}$	$\frac{e_u}{kA_z}$	$\frac{I_{ISE\min}}{T_0 kA_z}$
a	P	$\frac{0.37}{T_0/T}$	-		5.5	2.7	$\frac{1}{K_p}$	-
	PI	$\frac{0.46}{T_0/T}$	$5.75T_0$		13.2	1.9	0	-
	PID	$\frac{0.65}{T_0/T}$	$5T_0$	$0.23T_0$	9.8	1.38	0	-
b (t_r)	P	$\frac{0.7}{T_0/T}$	-		7.5	1.43	$\frac{1}{K_p}$	-
	PI	$\frac{0.7}{T_0/T}$	$3T_0$		15	1.62	0	-
	PID	$\frac{1.1}{T_0/T}$	$2T_0$	$0.37T_0$	12	1.12	0	-
c	P	-	-		-	-	-	-
	PI	$\frac{1}{T_0/T}$	$4.3T_0$		18	1.44	-	-
	PID	$\frac{1.36}{kT_0/T}$	$1.6T_0$	$0.5T_0$	15	1.03	-	-

Uwaga: Wyznaczone przy skokowym zakłóceniu z



[Findeisen/302][ET Automatyka/321]



Settling time t_s=3

Precent settling Δ =1

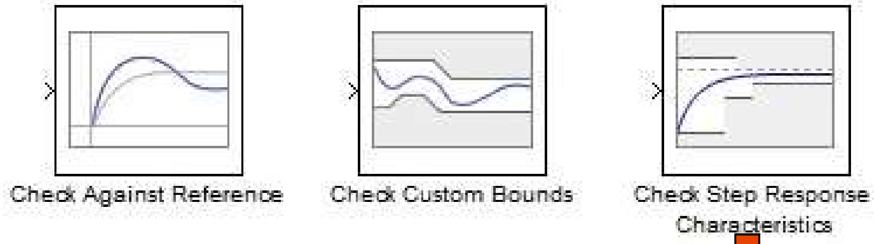
Precent overshoot $M_{p\%}$ =20

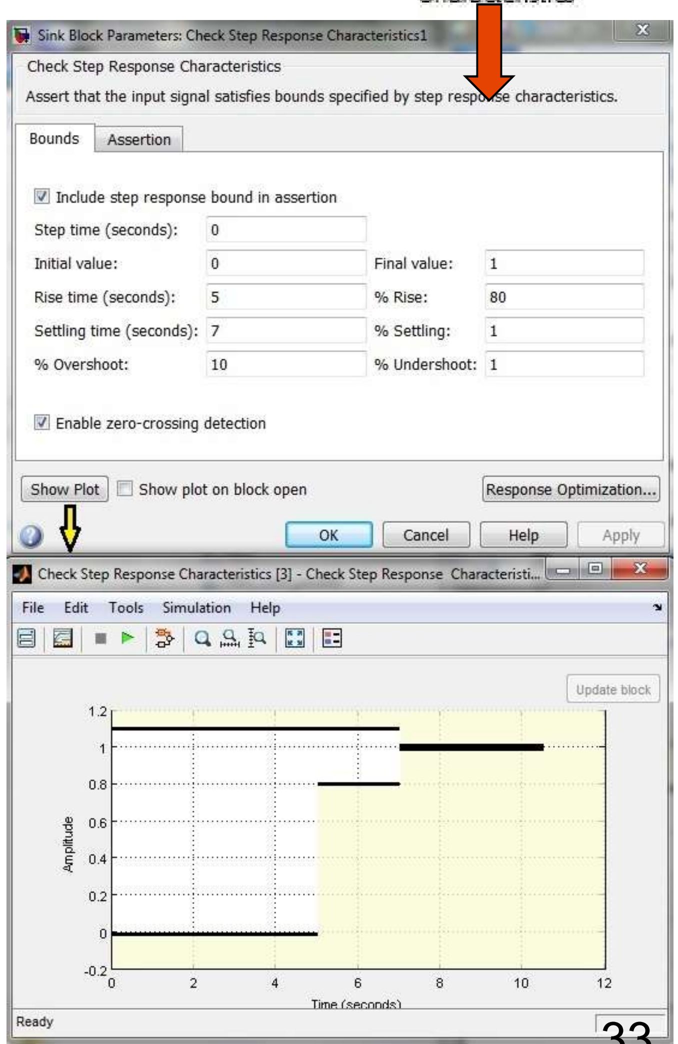
Rise time t_r =1

Precent rise $h_{r\%}$ =90

Precent undershoot $h_{u\%}$ =1

Simulink Optimization Design





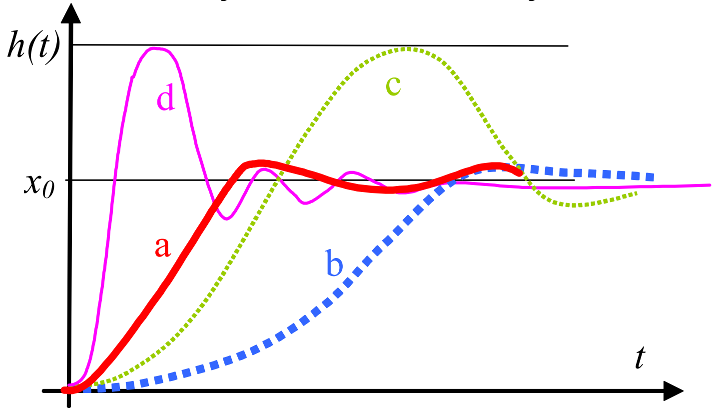
Matlab: Simulnik + Optimization + Simulink Optimization Design

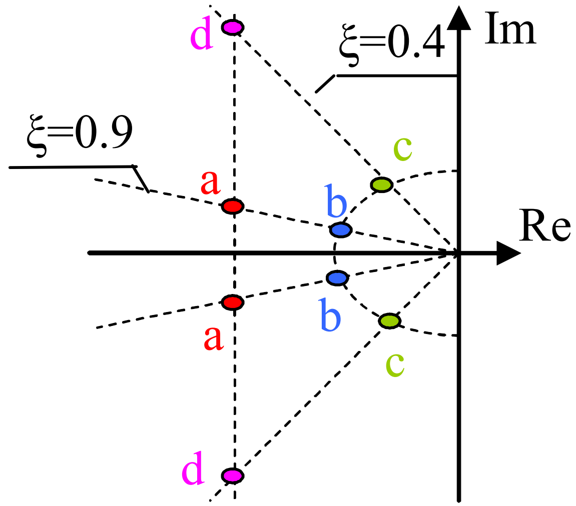
Simulink Design Optimization / Desired Step Response

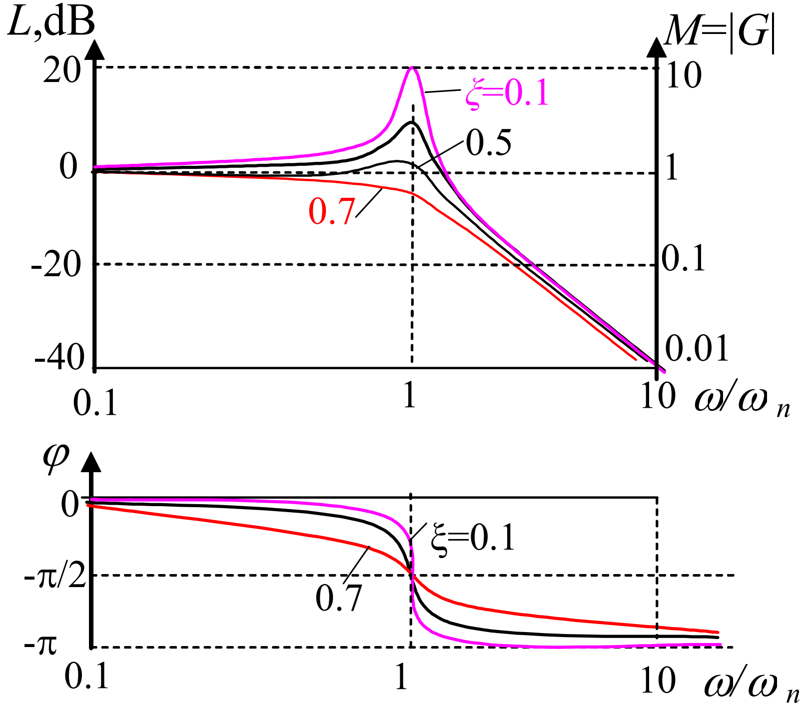
Simulink Response Optimization / Signal Constrind Block

Nonlinear Control Design / NCD Output [Halawa/r.9.6]

Podstawa:
- związki pomiędzy poszczególnymi charakterystykami układu otwartego i zamkniętego
- możliwość wyznaczenia różnych wskaźników jakości regulacji na różnych wykresach





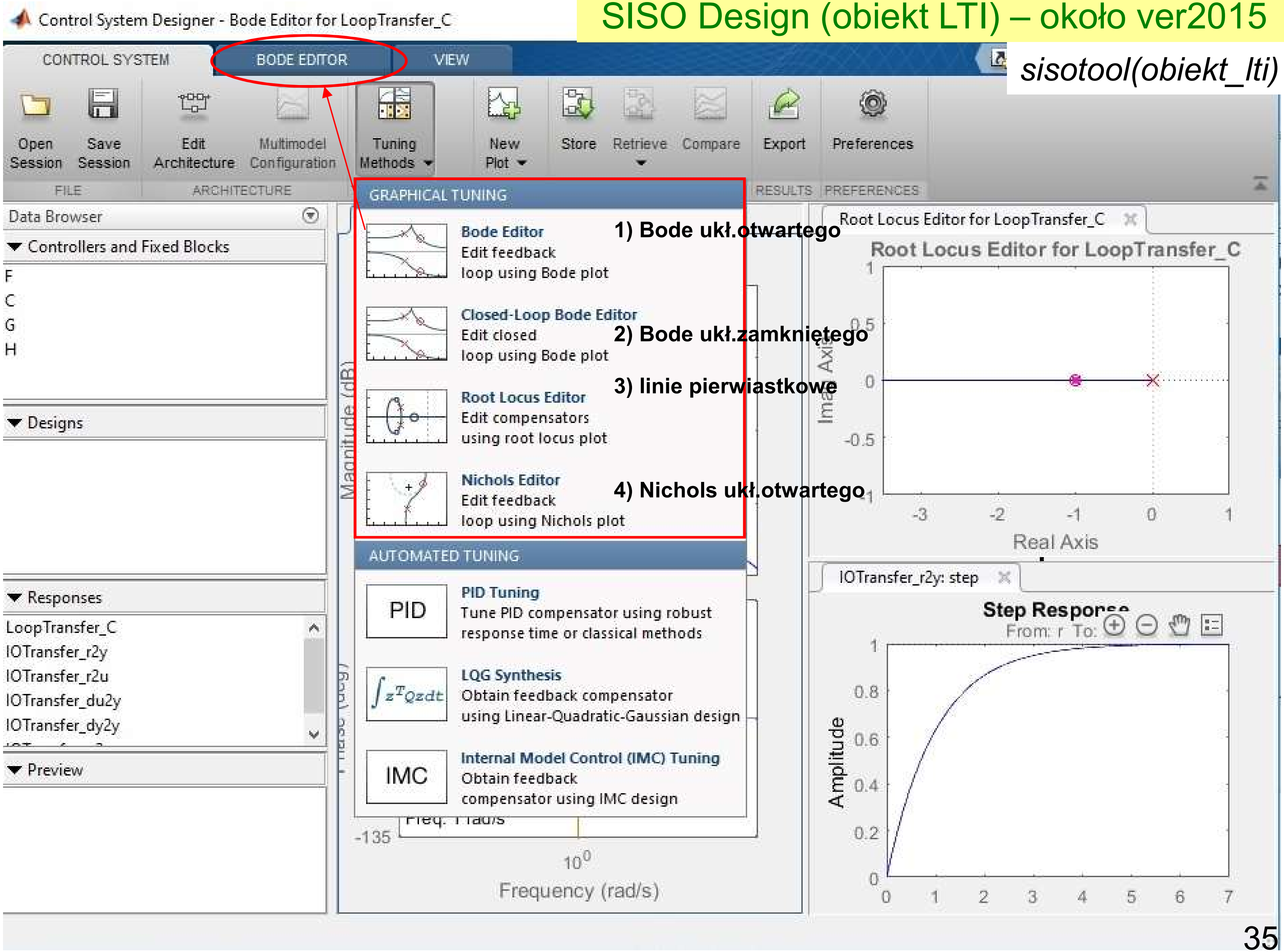


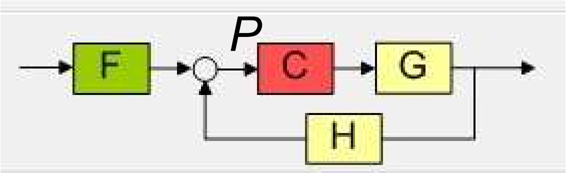
$$\ddot{x}(t) + 2\xi\, \omega_n\, \dot{x}(t) + \omega_n^2 x(t) = \omega_n^2 u(t)$$

Zasada:
- Zmienić wybrany wskaźnik jakości przesuwając charakterystyczne punkty odpowiedniego wykresu
- Program wyznaczy:
  - nastawy odpowiadajce zmienionej charakterystyce
  - pozostałe charakterystyki dla nowych nastaw

SISO Design (obiekt LTI) – około ver2015

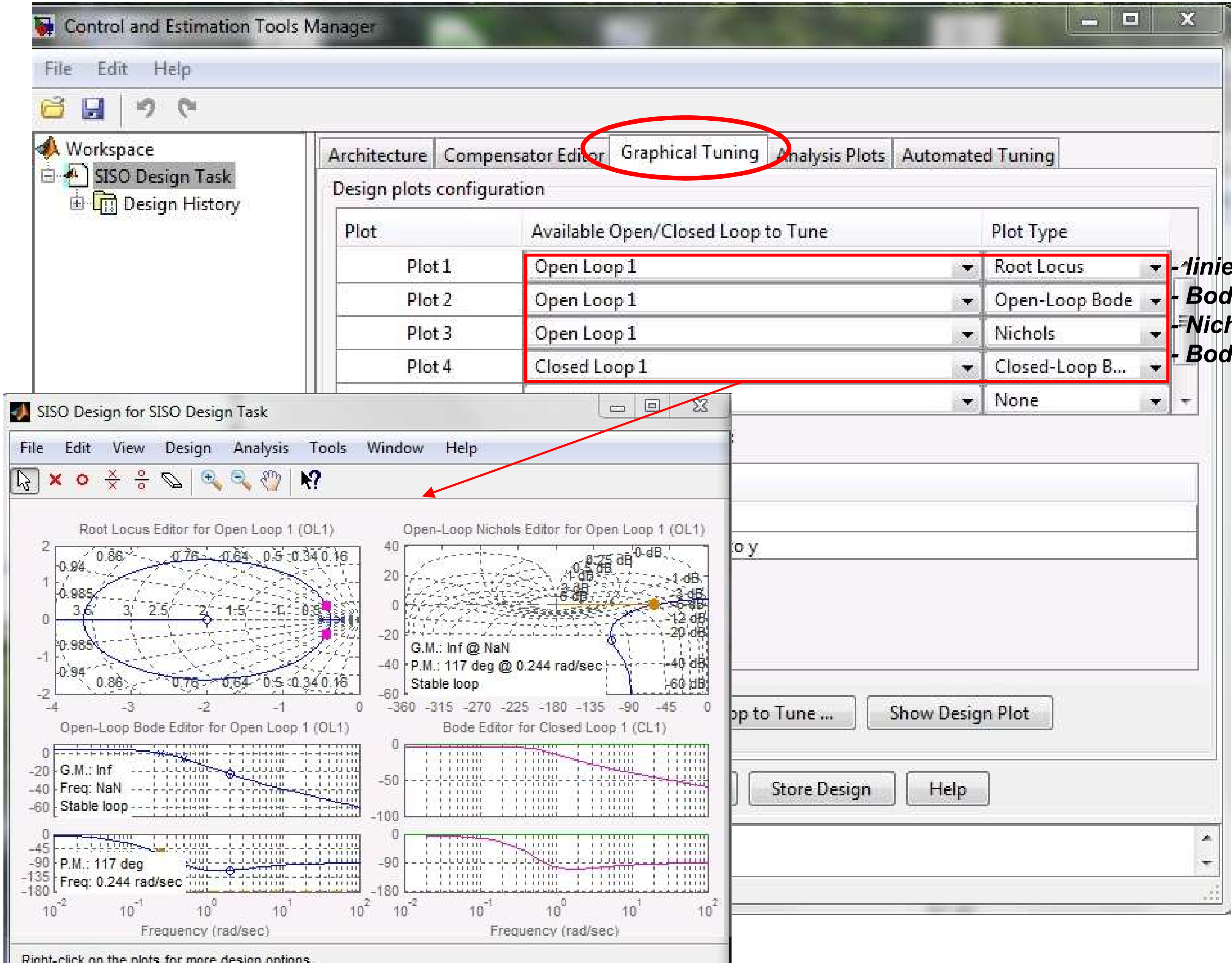
sisotool(obiekt_lti)





SISO Design (obiekt LTI) – około ver2010

sisotool(obiekt_lti)



- linie pierwiastkowe
- Bode ukł.otwartego
- Nichols ukł.otwartego
- Bode ukł.zamkniętego