

## LISTA05: Podstawowe człony (obiekty) dynamiki

### Przygotowanie

- 1) Wymień i opisz własności podstawowych członów (obiekty) dynamiki – postać transmitancji, nazwy i ograniczenia parametrów
- 2) Wymień podstawowe człony dynamiki dla których transmitancja jest funkcją wymierną
- 3) Przedstaw następujące transmitancje: a) model Kűpfműllera; b) model Strejca;
- 4) Na czym polega, gdzie jest stosowany: a) rozkład transmitancji na ułamki proste; b) rozkład transmitancji na podstawowe człony (iloczyn podstawowych członów)

### Zadania 1 - na podstawie transmitancji wyznacz parametry

Ogólnie polecenia typu:

- a) Przedstaw obiekt w postaci podstawowych członów dynamiki - rozłóż model na podstawowe człony dynamiki.
- b) Podaj parametry członów (stałe czasowe, wzmocnienie członu, tłumienie, pulsację drgań, itp.).
- c) Podaj wzmocnienie układu,
- d) Podaj punkt równowagi - przy skoku jednostkowym, przy wymuszeniu impulsowym, dla stałego wymuszenia  $u(t)=u_0$ .

Przykłady szczególne:

- 1) Wykonaj polecenia a-d dla następujących obiektów:

$$\frac{2}{3s+2}, \frac{1}{2s^2+10s+4}, \frac{a}{s^2+3s}, \frac{1}{2s^2+5s+4}, \frac{1}{2s^2+9s+4}$$

- 2) Dla obiektu  $10\ddot{x} + 7\dot{x} + x = 2u$  podaj stałe czasowe, wzmocnienie układu i punkt równowagi dla skoku jednostkowego
- 3) Jakie stałe czasowe, wzmocnienie i stan ustalony dla  $u=2$  ma obiekt opisany równaniem  $4\ddot{x} + 9\dot{x} + 2x = 6u$
- 4) Podaj wartość stałych czasowych, wzmocnienia i punkt równowagi przy wymuszeniu impulsowym dla  $2\ddot{x} + 7\dot{x} + 3x = 10u$
- 5) Rozłóż na podstawowe człony i podaj ich parametry  $2\ddot{x} + 7\dot{x} + 3x = 12u$
- 6) Przedstaw w postaci członów inercyjnych  $3\ddot{x} + 7\dot{x} + 2x = 6u$
- 7) Podaj stałe czasowe i wzmocnienie dla  $4\ddot{x} + 21\dot{x} + 5x = 10u$
- 8) Przedstaw  $6\ddot{x} + 13\dot{x} + 2x = 3u$  w postaci podstawowych członów
- 9) Podaj stałe czasowe, wzmocnienie i punkt równowagi przy wymuszeniu  $u=2$  dla obiektu o transmitancji  $\frac{2}{3s^2+7s+2}$
- 10) Przedstaw w postaci członu inercyjnego 2 rzędu  $\frac{10s}{4s^2+21s+5}$ . Wyznacz stan ustalony dla  $u=2$ .
- 11) Rozłóż na podstawowe człony i podaj ich parametry  $\frac{3}{2s^3+9s^2+4s}$
- 12) Rozłóż na podstawowe człony i podaj parametry  $\ddot{x} + 4\dot{x} + 8x = 32u$

W odpowiedzi należy podać postać członu oraz wymienić wartości parametrów

## Zadania 2 - na podstawie parametrów wyznacz transmitancję

- Przed wyznaczeniem modelu określ jego własności – czego się należy spodziewać na podstawie podanych własności, np. którego rzędu jest układ, jakie ma tłumienie ( $\zeta < 0$  czy  $\zeta > 0$ ,  $\zeta < 1$  czy  $\zeta > 1$ ), stabilność, oscylacje, ...
- Przedstaw model w postaci transmitancji.
- Wyznacz podstawowe człony dynamiki i podaj właściwe parametry (stałe czasowe, tłumienie układu, okres lub pulsację drgań własnych, ...).

Przykłady:

- Układ ma dwa bieguny:  $-10$  i  $-2$ .
- Układ ma parę biegunów:  $-3 \pm j2$ .
- Układ ma podwójny biegun:  $-2$ , a dla  $u=5$ , jest w stanie równowagi na poziomie  $10$ .
- Układ ma podwójny biegun:  $-2$ , a wzmocnienie układu wynosi  $10$ .
- Układ dwa bieguny  $s_1 = -2$ ,  $s_2 = -\frac{1}{2}$ , a jego wzmocnienie wynosi  $3$ .
- Układ ma biegun  $-2$  i  $-1/5$ . Wzmocnienie układu wynosi  $4$ .
- Układ ma parę biegunów  $s_{1,2} = -2 \pm j2$  i wzmocnienie równe  $4$ . Podaj stałe czasowe, tłumienie i okres drgań własnych.
- Układ ma podwójny biegun  $= -\frac{1}{2}$ , a przy wymuszeniu  $2$  stan równowagi wynosi  $2$ . Przedstaw model w postaci członu oscylacyjnego i podaj tłumienie i okres drgań własnych układu.
- Układ ma stałe czasowe  $= \frac{1}{2}$  i  $6$ , wzmocnienie układu wynosi  $3/2$

### Zadania 3 – Porównywanie modeli na podstawie parametrów

Porównaj własności przedstawionych układów, tzn.:

- Który z układów szybciej się ustabilizuje?
- Który z układów ma większe wzmocnienie?

Przykłady:

$$1) \frac{6}{7s+2} \text{ i } \frac{3}{4s+1}$$

$$2) \frac{1}{s^2+3s+2} \text{ i } \frac{3}{s^2+6s+8}$$

$$3) \frac{1}{s^2+3s+2} \text{ i } \frac{3}{s^2+2s+13}$$

### Zadania 4 - Upraszczanie modeli

- Zaproponuj uproszczenie modelu (jeśli to możliwe)
- Sprawdź czy operacja została wykonana poprawnie

$$1) \frac{a}{(s+10)(s+2)}, \quad 2) \frac{1}{s^2+3s+2}, \quad 3) \frac{3}{s^2+6s+8}, \quad 4) \frac{3}{s^2+2s+13}$$

## Zastosowanie (podsumowanie kursu i zaliczenie)

**Z1.** Podaj stałe czasowe, tłumienie i wzmacnienie układu.

1)  $5\ddot{x} + 21\dot{x} + 4x = 5u$ , 2)

**Z2.** Uprość transmitancje

1)  $\frac{k}{(s+4)\left(\frac{1}{2}s+1\right)}$ , 2)  $\frac{k}{(2s+1)\left(s+\frac{1}{4}\right)}$ , 3)  $\frac{k}{(s+2)\left(\frac{1}{4}s+1\right)}$ , 4)  $\frac{k}{(4s+1)\left(s+\frac{1}{2}\right)}$ ,

5)  $\frac{k}{(s+4)\left(s+\frac{1}{2}\right)}$ , 6)  $\frac{k}{(s+2)\left(s+\frac{1}{4}\right)}$ , 7)  $\frac{k}{(2s+1)\left(\frac{1}{4}s+1\right)}$ , 8)  $\frac{k}{(4s+1)\left(\frac{1}{2}s+1\right)}$ , 9) ..., 10) ...

11)  $\frac{k}{(s+a)\left(\frac{1}{2}s+1\right)}$ , 12)  $\frac{k}{(2s+1)\left(s+\frac{1}{a}\right)}$ , 13)  $\frac{k}{(s+2)\left(\frac{1}{a}s+1\right)}$ , 14)  $\frac{k}{(as+1)\left(s+\frac{1}{2}\right)}$ ,

15)  $\frac{k}{(s+a)\left(s+\frac{1}{2}\right)}$ , 6)  $\frac{k}{(s+2)\left(s+\frac{1}{a}\right)}$ , 17)  $\frac{k}{(2s+1)\left(\frac{1}{a}s+1\right)}$ , 18)  $\frac{k}{(as+1)\left(\frac{1}{2}s+1\right)}$ , 19)...20)...

21a)  $\frac{k}{(s+a)\left(\frac{1}{5}s+1\right)}$ , 22a)  $\frac{k}{(5s+1)\left(s+\frac{1}{a}\right)}$ ,

21b)  $\frac{k}{(s-a)\left(\frac{1}{5}s+1\right)}$ , 22b)  $\frac{k}{(5s+1)\left(s-\frac{1}{a}\right)}$ ,

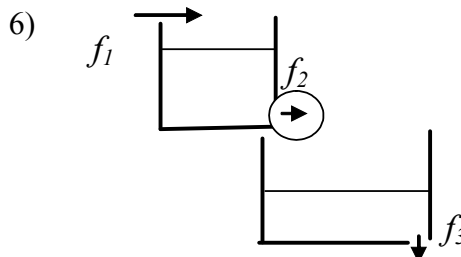
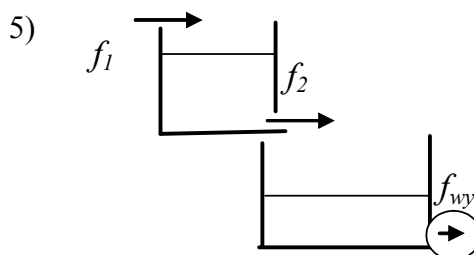
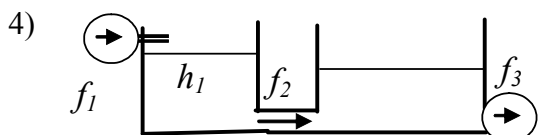
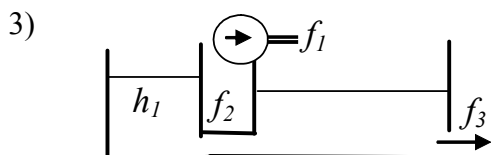
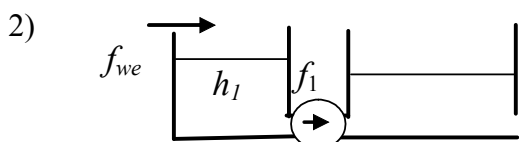
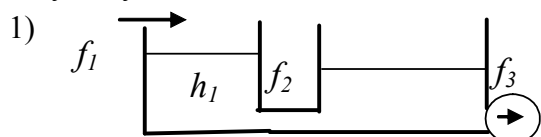
**Z3.** Zastosowanie podstawowych członów dynamiki w modelach obiektów

Wykorzystaj zlinearyzowane modele podanych przykładów kaskad zbiorników

a) Przedstaw model kaskady w postaci członu oscylacyjnego.

b) Czy kaskadę można przedstawić w postaci członu inercyjnego?

Przykłady:



## Rozwiązania, uwagi i odpowiedzi:

- W odpowiedziach zastosowano następujące oznaczenia:  
 $T_1, T_2$  – stałe czasowe,  $T_d$  – czas różniczkowania,  $T_i$  – czas całkowania  
 $T$  – okres drgań (okres drgań własnych nietłumionych),  
 $\omega$  – pulsacja drgań (pulsacja drgań własnych nietłumionych),  
 $\xi$  – tłumienie (dokładnie - współczynnik tłumienia względnego),  
 $k$  - wzmacnienie członu (ogólnie),  
 $k_u$  – wzmacnienie układu (nie zależy od postaci transmitancji),  
 $x_0$  – punkt równowagi przy zadanym wymuszeniu (stan ustalony).
- Jeśli jest pytanie o wzmacnienie to dotyczy całego układu (wzmacnienie układu przy stałym wymuszeniu). Natomiast pytanie o współczynnik wzmacnienia członu dynamiki oznacza współczynnik  $k$  występujący w danej postaci członu dynamiki, np:

$$\frac{k}{T_1 s + 1}, \quad \frac{k}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}, \quad \frac{k}{T_n^2 s^2 + 2\xi T_n s + 1}$$

- Jeśli jest pytanie o stałe czasowe to wiadomo, że chodzi o człony inercyjne. Parametr  $T$  w członie oscylacyjnym to okres drgań własnych (a nie stała czasowa)
- Jeśli należy rozłożyć na podstawowe człony i może to być człony inercyjny lub oscylacyjny, to przedstawiamy obie możliwości
- Dobra odpowiedź to prawidłowy wynik i metoda rozwiązania (nawet w prostych przykładach podajemy metodę).

### Rozwiązanie zadań 1 – przykład 1

$\frac{2}{3s+2}$	$\frac{1}{2s^2+10s+4}$	$\frac{a}{s^2+3s}$
<p>a) Przedstaw obiekt w postaci podstawowych członów dynamiki - rozłóż model na podstawowe człony dynamiki</p> <p>b) Podaj parametry członów (stałe czasowe, wzmacnienie członu, tłumienie, pulsacja, itp.).</p>		
$\frac{2}{3s+2} = \frac{2}{2\left(\frac{3}{2}s+1\right)} = \frac{1}{1.5s+1}$ <p>Cz. inercyjny <math>\frac{k}{T_1 s + 1}</math>  <math>T_1=1.5; k=1</math></p>	$\frac{1}{2s^2+10s+4} = \frac{1}{2(s^2+5s+2)}$ <p>Cz. oscylacyjny <math>\frac{k}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2}</math>  <math>\omega_n = \sqrt{2}, 2\xi\omega_n = 5</math>  <math>\xi = \frac{5}{2\omega_n} = \frac{5}{2\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{4} &gt; 1</math>  <math>k = 0.5</math></p>	$\frac{a}{s^2+3s} = \frac{a}{s(s+3)} = \frac{a}{3s\left(\frac{1}{3}s+1\right)}$ <p>Cz. całkujący i inercyjny  <math>\frac{1}{T_i s} \cdot \frac{k}{T_1 s + 1}</math>  <math>T_i = 3; T_1 = 1/3; k = a</math>                      lub <math>T_i = 1; T_1 = 1/3; k = a/3</math></p>
	$\frac{1}{2s^2+10s+4} = \frac{1}{4\left(\frac{1}{2}s^2 + \frac{10}{4}s + 1\right)}$ <p>Cz. oscylacyjny <math>\frac{k}{T_n^2 s^2 + 2\xi T_n s + 1}</math>  <math>T_n = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\omega_n}, 2\xi T_n = \frac{5}{2}</math>  <math>\xi = \frac{5}{4 \cdot 1/\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{4} &gt; 1</math>  <math>k = 0.25</math></p>	<p>Cz. całkujący, inercyjny i proporcjonalny  <math>\frac{1}{T_i s} \cdot \frac{k}{T_1 s + 1} \cdot k_p</math>  <math>T_i = 1; T_1 = 1/3; k = 1; k_p = a/3</math></p>

Ponieważ w przypadku  $\frac{1}{2s^2 + 10s + 4}$  jest  $\xi \geq 1$ , więc możliwe jest także drugie rozwiązanie:

$$\frac{1}{2s^2 + 10s + 4} = \frac{1}{2(s-s_1)(s-s_2)}, \quad \text{gdzie } s_{1,2} = \frac{-10 \pm \sqrt{68}}{4} = \frac{-10 \pm 2\sqrt{17}}{4} \rightarrow$$

$$\rightarrow s_1 = \frac{-5 - \sqrt{17}}{2}, \quad s_2 = \frac{-5 + \sqrt{17}}{2}$$

$$= \frac{1}{2 \left( s + \frac{5 + \sqrt{17}}{2} \right) \left( s + \frac{5 - \sqrt{17}}{2} \right)} = \frac{1}{2 \cdot \frac{5 + \sqrt{17}}{2} \cdot \frac{5 - \sqrt{17}}{2} \left( \frac{2}{5 + \sqrt{17}}s + 1 \right) \left( \frac{2}{5 - \sqrt{17}}s + 1 \right)}$$

Cz. inercyjny 2.rzędu  $\frac{k}{(T_1s+1)(T_2s+1)}$ , gdzie  $T_1 = \frac{2}{5 + \sqrt{17}}$ ;  $T_2 = \frac{2}{5 - \sqrt{17}}$ ;

$$k = \frac{2}{(5 + \sqrt{17})(5 - \sqrt{17})} = \frac{2}{5^2 - \sqrt{17}^2} = \frac{2}{25 - 17} = \frac{2}{8} = 0.25$$

Warto sprawdzić przekształcenie:  $\frac{k}{(T_1s+1)(T_2s+1)} = \frac{k}{T_1T_2s^2 + (T_1+T_2)s+1} = \frac{1}{4 \left( \frac{1}{2}s^2 + \frac{5}{2}s + 1 \right)}$

$$T_1T_2 = \frac{2}{5 + \sqrt{17}} \cdot \frac{2}{5 - \sqrt{17}} = \frac{4}{5^2 - \sqrt{17}^2} = \frac{4}{25 - 17} = \frac{4}{8} = 0.5$$

$$T_1 + T_2 = \frac{2}{5 + \sqrt{17}} + \frac{2}{5 - \sqrt{17}} = 2 \frac{5 - \sqrt{17} + 5 + \sqrt{17}}{(5 + \sqrt{17})(5 - \sqrt{17})} = 2 \frac{10}{5^2 - \sqrt{17}^2} = \frac{20}{25 - 17} = \frac{20}{8} = \frac{5}{2}$$

### c) Podaj wzmocnienie układu

$\lim_{s \rightarrow 0} s \frac{2}{3s+2} \frac{1}{s} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{2}{3s+2} = 1$	$\lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{2s^2 + 10s + 4} \frac{1}{s} = 0.25$	Układ całkujący – nie ma wzmocnienia (przy stałym wymuszeniu brak stanu równow.). Gdyby jednak było liczone to otrzymamy
$\lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{1.5s+1} \frac{1}{s} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{1.5s+1} = 1$	$\lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{2(s^2 + 5s + 2)} \frac{1}{s} = 0.25$	
	$\lim_{s \rightarrow 0} s \frac{k}{(T_1s+1)(T_2s+1)} \frac{1}{s} = k = 0.25$	
		$\lim_{s \rightarrow 0} s \frac{a}{s^2 + 3s} \frac{1}{s} = \infty$

Wzmocnienie układu nie zależy od postaci transmitancji, co można wykorzystać do sprawdzenia przekształceń (rozłożenia na podstawowe czony dynamiki).

### d) Podaj punkt równowagi:

- przy skoku jednostkowym  $\rightarrow u(t) = 1(t) \rightarrow u(s) = 1/s$ ,
- przy wymuszeniu impulsowym  $\rightarrow u(t) = \delta(t) \rightarrow u(s) = 1$ ,
- dla stałego wymuszenia  $u(t) = u_0 \rightarrow u(s) = u_0/s$ .

$\lim_{s \rightarrow 0} s \frac{2}{3s+2} \frac{1}{s} = 1$	$\lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{2s^2 + 10s + 4} \frac{1}{s} = 0.25$	$\lim_{s \rightarrow 0} s \frac{a}{s^2 + 3s} \frac{1}{s} = \infty$ , brak
$\lim_{s \rightarrow 0} s \frac{2}{3s+2} 1 = 0$	$\lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{2s^2 + 10s + 4} 1 = 0$	$\lim_{s \rightarrow 0} s \frac{a}{s^2 + 3s} 1 = a/3$
$\lim_{s \rightarrow 0} s \frac{2}{3s+2} \frac{u_0}{s} = u_0$	$\lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{2s^2 + 10s + 4} \frac{u_0}{s} = 0.25u_0$	$\lim_{s \rightarrow 0} s \frac{a}{s^2 + 3s} \frac{u_0}{s} = \infty$ , brak

Wynik nie zależy od postaci transmitancji (można wykorzystać przy sprawdzaniu przekształceń)

### Rozwiązanie zadanie 2 – przykład 1

**Układ ma dwa bieguny: -10 i -2.**

Stąd przewidywane własności - układ 2.rzędu, stabilny, bez oscylacji, tłumienie  $\xi > 1$

Transmitancja: 
$$\frac{a}{(s-s_1)(s-s_2)} = \frac{a}{(s-(-10))(s-(-2))} = \frac{a}{(s+10)(s+2)}$$
gdzie  $a$  – dowolne wzmocnienie (nie można określić wartości)

Rozkład na człony (1): 
$$\frac{a}{(s+10)(s+2)} = \frac{a}{20\left(\frac{1}{10}s+1\right)\left(\frac{1}{2}s+1\right)} \rightarrow T_1=0.1, T_2=0.5, k=a/20$$

Rozkład na człony (2): 
$$\frac{a}{(s+10)(s+2)} = \frac{a}{s^2+12s+20} \rightarrow \omega_n = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$2\xi\omega_n = 12 \rightarrow \xi = \frac{12}{2 \cdot 2\sqrt{5}} = \frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{5} > 1$$

Parametry: stałe czasowe 0.1 i 0.5, wzmocnienie układu  $a/20$ , tłumienie  $3/\sqrt{5}$

### Rozwiązanie zadanie 2 – przykład 2

**Układ ma parę biegunów: -3±j2.**

Stąd przewidywane własności - układ 2.rzędu, stabilny, z oscylacjami, tłumienie  $0 < \xi < 1$

Transmitancja: 
$$\frac{a}{(s-s_1)(s-s_2)} = \frac{a}{(s-(-3+j2))(s-(-3-j2))} = \frac{a}{(s+3-j2)(s+3+j2)} =$$
$$= \frac{a}{(s+3)^2 - (j2)^2} = \frac{a}{s^2+6s+9+4} = \frac{a}{s^2+6s+13}$$
gdzie  $a$  – dowolne wzmocnienie (nie można określić wartości)

Rozkład na człony: 
$$\frac{a}{s^2+6s+13} \rightarrow \omega_n = \sqrt{13}$$

$$2\xi\omega_n = 6 \rightarrow \xi = \frac{6}{2 \cdot \sqrt{13}} = \frac{3}{\sqrt{13}} < 1$$

Parametry: stałe czasowe – nie ma, wzmocnienie układu  $a/13$ , tłumienie  $3/\sqrt{13}$

### Rozwiązanie zadanie 2 – przykład 3

**Układ ma podwójny biegun: -2**

Stąd przewidywane własności - układ 2.rzędu, stabilny, bez oscylacji, tłumienie  $\xi=1$

Postać transmitancji: 
$$\frac{a}{(s-s_1)^2} = \frac{a}{(s+2)^2}$$

**Dla  $u=5$ , jest w stanie równowagi na poziomie 10.**

Stąd 
$$\lim_{s \rightarrow 0} s \frac{a}{(s+2)^2} \frac{5}{s} = 10 \rightarrow \frac{5a}{4} = 10 \rightarrow a = 8$$

Transmitancja ostatecznie: 
$$\frac{8}{(s+2)^2}$$
 Sprawdzenie: 
$$\lim_{s \rightarrow 0} s \frac{8}{(s+2)^2} \frac{5}{s} = \frac{40}{4} = 10$$

Rozkład na człony (1): 
$$\frac{8}{(s+2)^2} = \frac{8}{4\left(\frac{1}{2}s+1\right)^2} = \frac{2}{(0.5s+1)^2} \rightarrow T_{1,2}=0.5, k=2$$

Rozkład na człony (2): 
$$\frac{8}{(s+2)^2} = \frac{8}{s^2+4s+4} \rightarrow \omega_n = \sqrt{4} = 2$$

$$2\xi\omega_n = 4 \rightarrow \xi = 1$$

Parametry: stałe czasowe – 0.5, wzmocnienie układu 2, tłumienie 1

### Rozwiązanie zadanie 2 – przykład 4

Układ ma podwójny biegun: -2.

Postać transmitancji:  $\frac{a}{(s-s_1)^2} = \frac{a}{(s+2)^2}$

Wzmocnienie układu wynosi 10.

Stąd  $\lim_{s \rightarrow 0} s \frac{a}{(s+2)^2} \frac{1}{s} = 10 \quad \rightarrow \quad \frac{a}{4} = 10 \quad \rightarrow \quad a = 40$

Transmitancja ostatecznie:  $\frac{40}{(s+2)^2}$

### Rozwiązanie zadanie 4 – przykład 1

Uprościć  $\frac{a}{(s+10)(s+2)}$ . Są dwa bieguny **-10 i -2**. Mniej znaczący jest biegun -10.

Propozycja uproszczenia:  $\frac{a}{(s+10)(s+2)} \approx \frac{a}{(s+2)^k}$

Stan ustalony dla 1(t):  $\lim_{s \rightarrow 0} s \frac{a}{(s+10)(s+2)} \frac{1}{s} = \frac{a}{20} \quad \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{a}{(s+2)^k} \frac{1}{s} = \frac{a}{2}$

Stąd korekta  $k=0.1$

Ostatecznie:  $\frac{a}{(s+10)(s+2)} \approx \frac{a}{10(s+2)}$

Sprawdzenie dla 1(t):  $\lim_{s \rightarrow 0} s \frac{a}{(s+10)(s+2)} \frac{1}{s} = \frac{a}{20}$



## Sprawdzenie (część odpowiedzi do poszczególnych przykładów):

### Zadania 1

- 1)
- 2) Stałe czasowe = 2 i 5 , wzmacnienie = 2, dla  $u=1(t)$  punkt równowagi = 2
- 3) Stałe czasowe =  $\frac{1}{2}$  i 4 , wzmacnienie = 3, dla  $u=2$  stan ustalony = 6
- 4) Stałe czasowe =  $\frac{1}{3}$  i 2 , wzmacnienie =  $\frac{10}{3}$ , dla  $u=\delta(t)$  punkt równowagi = 0
- 5) Człon inercyjny 2-ego rzędu o stałych czasowych =  $\frac{1}{3}$  i 2 oraz wzmacnieniu = 4,  
lub człon oscylacyjny o pulsacji =  $\sqrt{3/2}$  , tłumieniu =  $7/4\sqrt{2/3} = 7/(2\sqrt{6})$  , współczynniku wzmacnienia członu oscylacyjnego = 6 (wzmacnienie układu = 4)  
lub człon oscylacyjny o okresie drgań =  $\sqrt{2/3}$  , tłumieniu =  $7/4\sqrt{2/3} = 7/(2\sqrt{6})$  , współczynniku wzmacnienia członu oscylacyjnego = 4 (wzmacnienie układu = 4)
- 6) Stałe czasowe =  $\frac{1}{2}$  i 3, wzmacnienie członu = 3
- 7) Stałe czasowe =  $\frac{1}{5}$  i 4, wzmacnienie członu = 2
- 8) Stałe czasowe =  $\frac{1}{2}$  i 6, wzmacnienie =  $3/2$  lub ...
- 9) Stałe czasowe =  $\frac{1}{2}$  i 3, wzmacnienie = 1, dla  $u=2$  punkt równowagi = 2
- 10) Stałe czasowe =  $\frac{1}{5}$  i 4, wzmacnienie = 2, dla  $u=2$  stan ustalony = 0
- 11) Człon całkujący oraz:  
człon inercyjny 2-ego rzędu o stałych czasowych =  $\frac{1}{4}$  i 2 oraz wzmacnieniu =  $3/4$ ,  
lub człon oscylacyjny o pulsacji =  $\sqrt{2}$  , tłumieniu =  $\frac{9}{4\sqrt{2}}$  , współczynniku wzmacnienia członu oscylacyjnego =  $3/2$   
lub człon oscylacyjny o okresie =  $\sqrt{1/2}$  , tłumieniu =  $\frac{9}{4\sqrt{2}}$  , współczynniku wzmacnienia członu oscylacyjnego =  $3/4$

### Zadania 2

5b)  $\frac{6}{(s+2)(2s+1)}$ , 6b)  $\frac{8}{(s+2)(5s+1)}$ , 7b)  $\frac{32}{s^2+4s+8}$ , 8b)  $\frac{1}{(2s+1)^2}$ , 9b)  $\frac{3}{6s^2+13s+2}$

### Zadania 3